

## **Ergänzungsprojekt des geodätischen Monitorings eines Absetzbecken mittels Bestimmung von horizontalen Verformungen**

**Władysław Borowiec, Jan Pielok, Edward Preweda,  
Anna Szafarczyk, Małgorzata Ulmaniec**

Berg- und Hüttenakademie in Krakau

### **ZUSAMMENFASSUNG :**

*Zur Bestimmung der infolge untertätigen Abbau vortretenden horizontalen Verformungen im Bereich eines Absetzbecken von Aufbereitungsabfällen der geförderten Zink- Blei- Erzen wird im Vortrag Tensorrechnung benutzt. Der Verformungsstand dieses Objektes wird für eine zweijährige Zeitperiode, auf Grundlage von drei letztes geführten geodätischen Beobachtungsserien, beurteilt. Das Beobachtungsnetz enthält ausser Punkten, welche nur als Höhenbolzen benutzt werden, insgesamt 57 Punkte, dessen Lage einmal im Jahr über GPS-Messungen bestimmt wird. Höhenmässig wird das gesammte Netz vier mal jährlich beobachtet. Auf Grundlage dieser Messungen werden Isokatabasen, Verschiebungsvektoren und Verformungswerte berechnet, welche den Deformationsstand dieses hydrotechnischen Objektes charakterisieren und deren Sicherheitsüberwachung ermöglichen. Die über Tensorrechnung ermittelten spezifische Verformungen des Böschungsbereich des Absetzbecken zeigen darauf hin, dass in diesem Objekt generell eine horizontale Auflockerung vortretet.*

### **ABSTRACT:**

*The tensor calculus was used to obtain values of strains appearing in the region of zinc and lead ore flotation waste reservoir. The structure strain values were determined for the period of two years, and were based on the results of the last three measurement sessions. Besides the benchmarks observed by precise levelling, a network of 57 points was surveyed once a year using the GPS satellite technology. On the basis of the geodetic measurements several indicators were calculated: isocatabases, vectors of horizontal translation, principal values of horizontal strain, and indices of horizontal deformation, characterizing the status of walls and adjoining terrain of the reservoir under discussion. The indicators were used in evaluation of the risk of use. The relative strain values obtained using the tensor calculus indicate, that the object is generally influenced by horizontal creeping.*

## 1 Einleitung

Absetzbecken der Aufbereitungsabfallprodukten bei Gewinnung von Zink- und Blei-Erzen nehmen ziemlich grosse Geländeflächen in Anspruch, welche nicht immer vor dem Anlegen dieser Objekten völlig bergmännisch unterbaut wurden. So die Nutzung solcher Absetzbecken, wie auch Einwirkungen des, während dieser Nutzung geführtem bergmännischen Abbaus der Lagerstätte, bedingen das Auftreten von Deformationen der Dämme und des Vorfeldes dieser hydrotechnischer Objekten. Deswegen auch müssen geodätische Beobachtungen solcher Deponien geführt werden zur Beurteilung der Stabilität der gesamten Anlage. Der, in diesen Vortrag behandelte Absetzbecken, ist in Fot.1. dargestellt.



Fot.1. Ansicht des Absetzbecken

Der Monitoring des Deformationsstandes wird durch Mitarbeiter des Lehrstuhls für Markscheidewesen der Berg- und Hüttenakademie Krakau realisiert und der Mess-Umfang, -Frequenz und die Struktur des Beobachtungsnetz wird im Kapitel 2 charakterisiert. Das Beobachtungsnetz des Absetzbecken bildet ein Fragment des geodätischen Netzes des Grubenfeldes, innerhalb welchen der Abbau unter dem Absetzbecken geführt wird.

Ab Anfang der 90-er Jahren wird der Dammkörper der Deponie systematisch erhöht durch Anspülen von groberen Fraktionen des Abfallgutes unter Anwendung des Zentrifugalprinzips. Jeweilig wird der Damm um 2,5 m aufgebaut mit Überlassung einer horizontalen Böschungstufe, wobei jede vierte (eventuell 5-te) Stufe breiter gestaltet wird – ein Profil des Dammkörpers mit Akzentuierung der Messhorizonten enthält Bild 1.

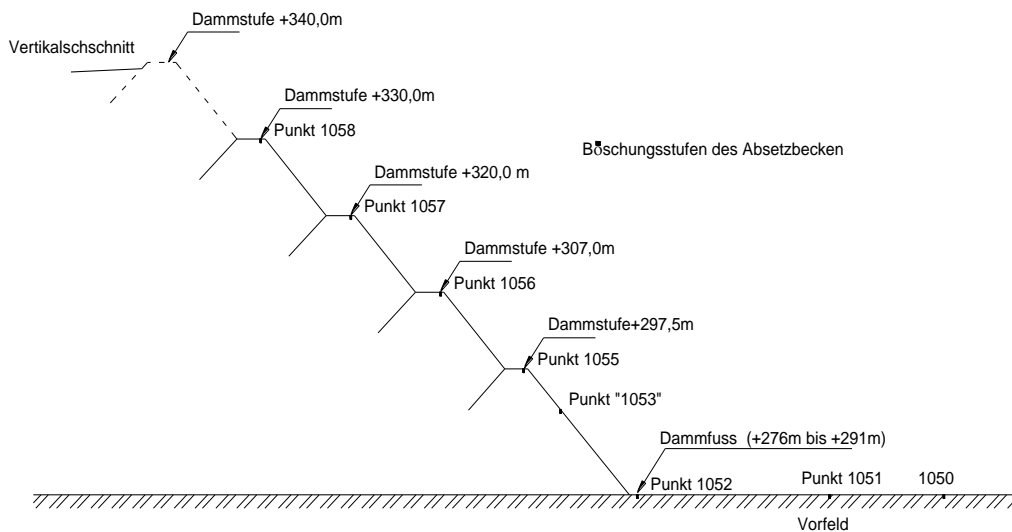


Abb.1 : Querschnitt des Dammkörpers

Im Bild 3 ist die aktuelle Verteilung der beobachteten Kontrollpunkte des Vorfeldes und der Dammböschung dargestellt (eine eingehende Beschreibung folgt in Kapitel 2). Entlang des Dammfusses beträgt der Umfang des Absetzbeckens ca. 4 Km und die Höhenlage des Dammfusses ändert sich von +291 m (die nord-westliche Ecke) bis zu +276 m (die süd-östliche Ecke). Der Umfang der zur Zeit höchsten Dammstufe (+330 m) beträgt ca. 2,5 Km. Die Fläche des Absetzbeckens beträgt ca. 70 ha und das Deponievolumen liegt bei 22 mln m<sup>3</sup>. Die Lokalisierung der höchsten Dammstufe wird in der Kote +340 m geplant und die aktuell höchste Dammstufe, bis zu welcher die geführten Messungen durchgeführt werden, liegt in der Höhe +330 m.

Im ganzen Bereich des Sicherheitspfeilers wurde untertägiger Abbau der Zink-Blei-Erzlagerstätte, so in einem Kammer-Pfeiler-System, wie auch über Strebabbau, mit Anwendung von hydraulischen Sandversatz geführt. Am Anfang wurde der Abbau im I. AbbauhORIZONT und in den letzten 3 Jahren in höher liegenden Vererzungszonen des Gebirges geführt:

Abbauhorizont II – Höhenordinaten zwischen +50 m und +100 m,

Abbauhorizont III – Höhenordinaten zwischen +85 m und +130 m,

relativ zur Tagesoberfläche bedeutet es das der Abbau durchschnittlich in der Tiefe 190 m (Horizont II) und 155 m (Horizont III) stattfindet. Die durchschnittliche Abbaumächtigkeit beträgt ca 8,8 m und liegt zwischen 3,1 und 12,0 m. Ausserhalb des Sicherheitspfeilers gab es Abbaumächtigkeiten bis zur 18 m und in solchen Fällen wurde der Abbau in vier Scheiben realisiert. Der Abbau im Sicherheitspfeiler wird durch zerstreute Gewinnungsstellen realisiert, so das über eine entsprechende Lokalisierung der Abbaustellen und bei planmässiger Abbaufolge eine Minimalisierung der Abbaueinwirkungen erfolgt.

Im Bereich des Absetzbeckens wurden in den letzten Jahren grundsätzlich Restpfeiler des früher geführten Abbaus liquidiert. Eine vereinfachte Darstellung der durchgeführten Abbaue, eingeteilt in drei Zeitperioden:

bis zum Jahr 2004,

in der Zeit 2004 – 2005,

in der Zeit 2005 – 2006,

enthält Bild 2. Die Abbaukonturen wurden in diesen Bild im Hintergrund des GPS-Punkten-Netzes und der Sicherheitspfeilergrenze des Absetzbeckens gezeigt.

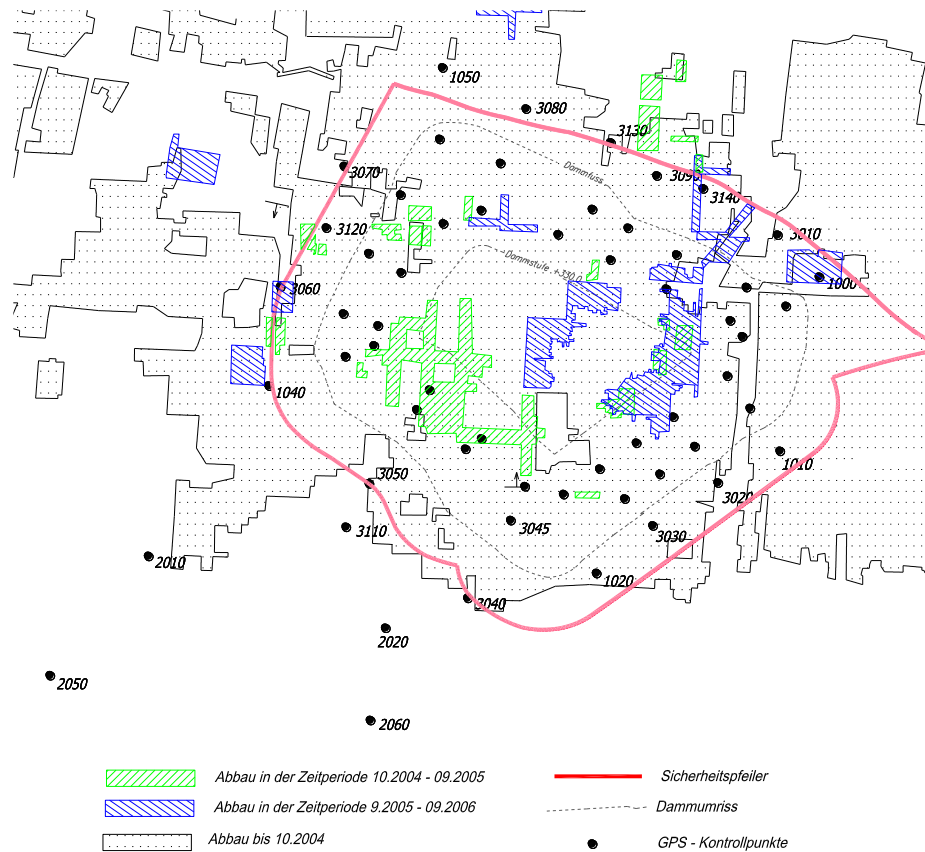


Abb.2 : Untertägiger Abbau im Bereich des Absetzbecken

## 2 Das Kontrollmesssystem des Absetzbecken

Im Bild 3 ist das zum Monitoring des Absetzbeckenbereiches angelegte Beobachtungsnetz dargestellt. Die Überwachungsmessungen wurden ab 1992 geführt und umfassten Präzisionsnivellement (viermal im Jahre). Um diese Zeit erreichte der Damm des Absetzbecken die Höhenordinate +297,5 m. Es wurden auch (ab 1998) jährliche Entfernungsmessungen in den Profillinien und Koordinatenbestimmung von ausgewählten Punkten unter Anwendung der Satelitenmesstechnologie geführt. Auf die separate Entfernungsmessung in Profillinien verzichtete man ab 2004.

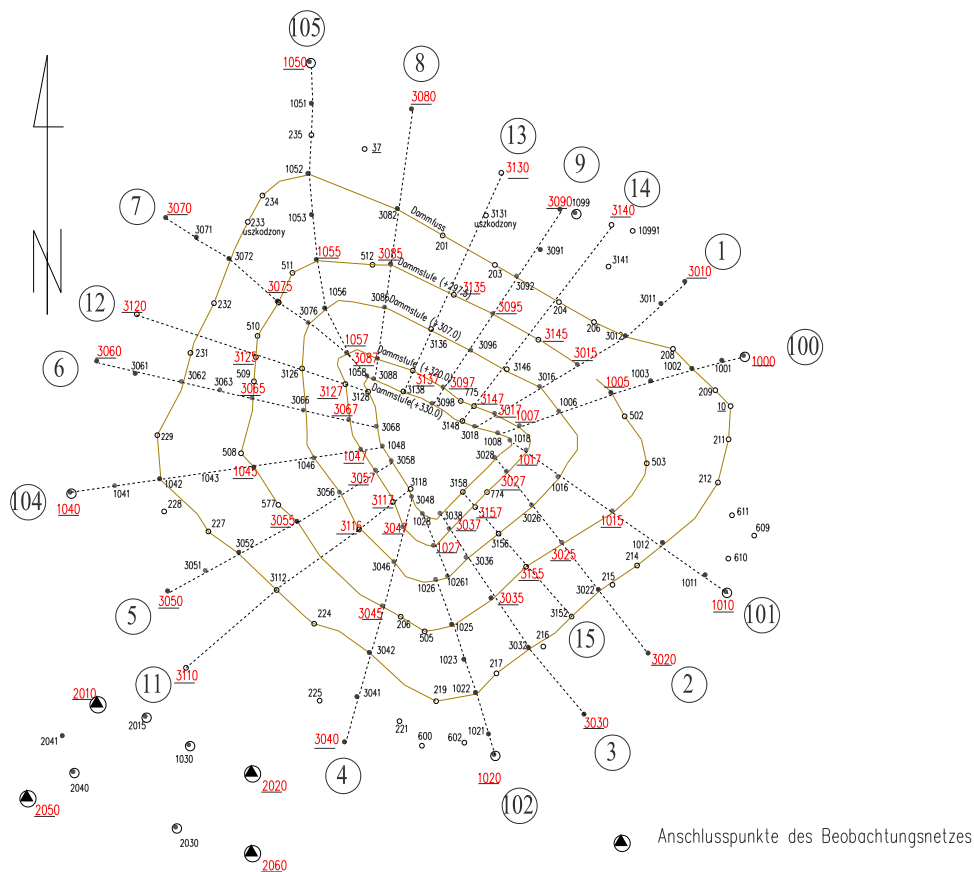


Abb.3 : Skizze des Beobachtungsnetz

Das GPS-Punkten-Netz (57 Punkte) wird seit 1998 einmal im Jahr gemessen unter Anwendung der statischen Methode nach einem speziell vorbereitendem Messzeitplan. In jeder Messkampagne werden gleichzeitig 10 bis 16 GPS-Empfänger verwendet. Einer davon ist als Referenzstation in einem ausserhalb der Abbaueinwirkungen liegenden Festpunkt positioniert. Weitere GPS-Empfänger werden in Gruppen in den Profillinien über den an einzelnen Dammstufen und im Vorfeld liegenden Beobachtungspunkten zentriert. Die Messzeit eines solchen Beobachtungssegment beträgt von 30 bis 60 Minuten in Abhängigkeit von der aktuellen Satellitenkonfiguration. Die Ergebnisse der drei letzten Serien (2004, 2005 und 2006) wurden zur den folgenden Analysen in diesem Vortrag benutzt.

Aktuell enthält das Beobachtungsnetz über 150 Kontrollpunkte. Dazu gehören:

- 9 Punkte des Hauptnetzes, stabilisiert im weiterem Vorfeld des Absetzbecken (das sind die Punkte 1000, 1010, 1020, 1030, 1040, 1050, 1099, 2010 und 2020),
- 15 Profillinien (5 bis 8 Punkte in einer Linie), welche grundsätzlich senkrecht zum Damm des Absetzbecken verlaufen,
- über 40 weitere Punkte – im Vorfeld, entlang des Böschungsfusses und an der Dammstufe +297,5 m
- 5 Festpunkte, welche ausserhalb der Abbaueinwirkungen lokalisiert sind und zur Kontrolle des Höhennetzanschlusses benutzt werden.

Die Höhenmessungen werden in 6 geschlossenen Schleifen geführt, welche ringsum des Absetzbeckens im Vorfeld, entlang des Dammfusses und an den Dammstufen +297,5 m, +307 m, +320 m und +330 m verlaufen. Diese Nivellementsschleifen werden noch zusätzlich durch Verbindungslinien verbunden, die in den Ecken des Absetzbeckens vom Vorfeld bis zu der Dammstufe +330 m verlaufen. Als Anschlusspunkte dieser Verbindungslinien werden Punkte 1000, 1020, 1060 und 1050 benutzt. Der mittlere Kilometerfehler der geführten Höhenmessungen liegt

zwischen  $\pm 0,9$  mm/Km und  $\pm 1,5$  mm/Km und der Grenzfehler der Senkungsunterschiedbestimmung beträgt  $\pm(4 \div 6)$  mm.

Auf Grundlage der GPS-Messungen wird die horizontale Lage der Beobachtungspunkten mit einem mittlerem Fehler von  $\pm(3 \div 5)$  mm und die Entfernungen in Profillinien mit dem Fehler  $\pm 3$  mm bestimmt.

Die Ergebnisse der zur Überwachung des Absetzbeckens und seines Vorfeldes periodisch geführten Messkampagnen erlauben die Bestimmung folgender Deformationskomponenten – Praca zbiorowa (2007):

Senkungen von allen Punkten des Beobachtungsnetzes aus den jede drei Monate geführtem Präzisionsnivellement,

Vertikale Verformungen im Bereich des Dammkörpers aus Senkungsunterschiede von Punkten die in Profillinien auf benachbarten Damnstufen liegen,

Entfernungsänderungen der Seiten in Profillinien aus Entfernungsmessungen, welche einmal im Jahr geführt wurden,

lineare Verformungen der oben genannten Seiten der Profillinien,

Verschiebungsvektoren der GPS-Netzpunkten aus den jährlich geführten GPS-Messungen,

lineare Verformungen zwischen allen benachbarten GPS-Punkten aus ihren horizontalen Koordinatenkomponenten.

### 3 Deformationsbestimmung unter Anwendung der Eigenwerten des Verformungstensors

Eine der wichtigsten Deformationskennziffer zur Beurteilung der Beanspruchung von unterschiedlichen Objekten in Bergbaugebieten ist die horizontale Verformung. In überwiegenden Fällen werden diese horizontale Verformungen auf Grundlage von periodischen Längenmessungen in Beobachtungslinien oder in Messrosetten, aus den ermittelten Längenunterschiede, bestimmt. So die Beobachtungslinien, wie auch die Messrosetten [vor allen die des Typus „Delta“ oder „Zentrale“ – siehe Pielok, Szafarczyk(2005)], sollen entsprechend der Abbaugeometrie angepasst werden.

Die Erwägungen in diesem Vortrag werden unter der Zielstellung einer Ergänzung der Analyse der horizontalen und vertikalen Verschiebungskomponenten durch horizontale Verformungswerten geführt. Zur Bestimmung des verallgemeinerten Verformungsstand des Geländes werden Eigenwerte des Verformungstensor ermittelt.

Deformation eines materiellen Punktes, als Translation, Rotation und Verformung verstanden, resultiert aus der Wirkung von äusseren Kräften. Für kleine Zeitdifferenzen kann die Voraussetzung des linearen Charakter der Änderungen angenommen werden, was in Form einer folgenden Matrixgleichung dargestellt wird:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{t} \quad (1)$$

oder

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x'}{\partial x} & \frac{\partial x'}{\partial y} & \frac{\partial x'}{\partial z} \\ \frac{\partial y'}{\partial x} & \frac{\partial y'}{\partial y} & \frac{\partial y'}{\partial z} \\ \frac{\partial z'}{\partial x} & \frac{\partial z'}{\partial y} & \frac{\partial z'}{\partial z} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

wobei

$\mathbf{x}$  - Koordinatenvektor vor der Deformation,

$\mathbf{x}'$  - Koordinatenvektor nach der Deformation,

$\mathbf{F}$  - Verformungs- und Rotationstensor'

$\mathbf{t}$  - Translationsvektor.

Tensor  $\mathbf{F}$  kann in die Tensoren der Verformungen  $\boldsymbol{\varepsilon}$  und der Rotation  $\boldsymbol{\omega}$  zerlegt werden, also

$$\mathbf{F} = \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\omega} \quad (3)$$

Der Verformungstensor beschreibt die Längen- und Winkel-Änderungen des betrachteten Materialpunktes, und kann in Matrixform folgend dargestellt werden:

$$T_\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Wobei

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial x'}{\partial x}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{\partial y'}{\partial y}$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{\partial z'}{\partial z}$$

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial y'}{\partial y} \right)$$

$$\varepsilon_{13} = \varepsilon_{31} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial z'}{\partial z} \right)$$

$$\varepsilon_{23} = \varepsilon_{32} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial y'}{\partial y} + \frac{\partial z'}{\partial z} \right)$$

Werte und Richtungen der extremalen Verformungen können über die Eigenwerte und der Richtungen der Eigenvektoren aus der Gleichung (4) bestimmt werden. Diese Matrix ist quadratisch und symmetrisch, enthält also drei Eigenwerte  $\lambda$ , welche in der folgenden Bedingung auftreten

$$\det \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} - \lambda & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} - \lambda & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} - \lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

Die Eigenwerte können unter Anwendung von diskreten Methoden, oder auch so wie im weiterem bestimmt werden.

Durch Abwicklung der Determinante (5) zur den Eigenwerten folgt:

$$\lambda^3 - (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33})\lambda^2 + (\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \varepsilon_{11}\varepsilon_{33} + \varepsilon_{22}\varepsilon_{33} - \varepsilon_{12}^2 - \varepsilon_{13}^2 - \varepsilon_{23}^2)\lambda - \det[T_\varepsilon] = 0 \quad (6)$$

oder

$$\lambda^3 - I\lambda^2 + J\lambda - K = 0 \quad (7)$$

Auf Grund der Cardan-Formel kann die oben angeführte Gleichung umwandelt werden in:

$$\lambda = \mu + \frac{I}{3}$$

und in eine Äquivalentgleichung

$$\lambda^3 + p\lambda + q = 0 \quad (8)$$

wobei

$$p = J - \frac{I^2}{3},$$

$$q = \frac{IJ}{3} - \frac{2}{27}I^3 - K$$

Die Resolvente der Gleichung (8) wird durch die folgende Formel gegeben

$$\mu^2 + q\mu + \frac{2}{27}p^3 = 0 \quad (9)$$

und deren Diskriminante  $\Delta$

$$\Delta = q^2 + \frac{4}{27}p^3 \quad (10)$$

Lösung der Gleichung (7) ist von der Diskriminante  $\Delta$  abhängig. Der Tensor (4) ist symmetrisch und reel, deswegen auch ist die Diskriminante  $\Delta$  immer  $\leq 0$ . Wenn  $\Delta = 0$  enthält die Gleichung drei reelle Wurzeln, von welchen mindestens zwei untereinander gleichen, dagegen bei  $\Delta < 0$ , erhalten wir drei reelle Wurzeln.

Bei  $\Delta = 0$  können die Eigenwerte mittels Formeln bestimmt werden, dessen Form von dem Faktor  $p$  abhängt. Wenn  $p \neq 0$ , da erhalten wir eine doppelte Wurzel und die Lösung der Gleichung (7) beschreiben Formeln:

$$\mu_1 = 2\sqrt[3]{-\frac{q}{2}}; \mu_2 = \mu_3 = -\sqrt[3]{-\frac{q}{2}} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \mu_1 + \frac{I}{3} \\ \lambda_2 &= \lambda_3 = \mu_2 + \frac{I}{3} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Wenn  $p = 0$  da enthält die Lösung dieser Gleichung eine dreifache Wurzel.

Bei  $\Delta < 0$  können die Eigenwerte aus trigonometrischen Abhängigkeiten ermittelt werden. Unter Einführung von

$$r = \sqrt{-\frac{p}{3}}; s = \cos \gamma = -\frac{q}{2r^3} \quad (13)$$

können die Wurzeln durch die Formeln

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= 2r \cos\left(\frac{\gamma}{3}\right) + \frac{I}{3} \\ \lambda_2 &= 2r \cos\left(\frac{\gamma + 2\Pi}{3}\right) + \frac{I}{3} \\ \lambda_3 &= 2r \cos\left(\frac{\gamma + 4\Pi}{3}\right) + \frac{I}{3} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

dargestellt werden.

Eine geometrische Interpretierung der Eigenwerten entspricht den Werten der Hauptverformungen.

Zur Ermittlung der Azimuten der Hauptverformungen in dem verbindlichen Koordinatensystem genügt die Bestimmung der Richtungen von Eigenvektoren der einzelnen Eigenwerten.

Unter Berücksichtigung dass jeder Hauptrichtung eine Wurzel des Polynom (7) entspricht, müssen die Richtungscosinussen eine folgende Bedingung erfüllen:

$$\begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} - \lambda & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} - \lambda & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} - \lambda \end{bmatrix} = [0 \ 0 \ 0] \quad (15)$$

wo

$\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  – bedeuten Winkel zwischen der Hauptrichtung und den einzelnen



Koordinatenachsen des rechteckigen Koordinatensystems.

Das Gleichungssystem (15) ist homogen. Zur Bestimmung seiner Wurzeln wird die Lösung „durch Teilung“ benutzt. Wenn unter  $M_j$  die Minoren des Tensors (7) benannt werden, welche infolge der Ausschaltung der  $j$ -Spalte und der dritten Reihe entstehen, kann die Lösung der Gleichung (15) folgend ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned}\hat{e}_\alpha &= \cos \alpha = tB_\alpha \\ \hat{e}_\beta &= \cos \beta = tB_\beta \\ \hat{e}_\gamma &= \cos \gamma = tB_\gamma\end{aligned}\quad (16)$$

wo

$t$  – ein Parameter  
und im weiterem

$$B_\alpha = M_1; B_\beta = -M_2; B_\gamma = M_3 \quad (17)$$

$$M_1 = \begin{vmatrix} \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{22} - \lambda & \varepsilon_{23} \end{vmatrix}; M_2 = \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} - \lambda & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{23} \end{vmatrix}; M_3 = \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} - \lambda & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} - \lambda \end{vmatrix} \quad (18)$$

Bei Voraussetzung, dass mindestens einer der Minoren nicht das Nullwert annimmt und unter Berücksichtigung dass

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \quad (19)$$

besteht die Möglichkeit  $t$  zur bestimmen.

Auf Grundlage der Abhängigkeit

$$t^2(B_\alpha^2 + B_\beta^2 + B_\gamma^2) = 1$$

folgt

$$t = \frac{1}{\sqrt{B_\alpha^2 + B_\beta^2 + B_\gamma^2}} = \frac{1}{B} \quad (20)$$

Der Einsatz von  $t$  in die Gleichungen (16) erlaubt die Bestimmung der Richtungen der extremalen Verformungen im verbindlichem Koordinatensystem. Die einzelnen Hauptrichtungen können bestimmt werden indem als  $\lambda$  in den Formeln (18) die entsprechende Werte  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  und  $\lambda_3$  eingesetzt werden.

#### 4 Auswahl geometrischer Formen der Messrosetten und Beschreibung der Verarbeitung der Messergebnisse

Ausser dem im Kapitel 3 beschriebenen Einsatz der Tensorenrechnung zur Beurteilung des Verformungszustand existieren auch andere Methoden [siehe Gustkiewicz (1980), Paluch (2002) und Pielok (2005)], welche Bestimmung der Externalwerten der Verformungen und deren Azimute ermöglichen.

Zur Einschätzung des Verformungsstand im Bereich des Dammes des Absetzbecken wurden Messergebnisse der, in den Jahren 2004, 2005 und 2006 geführten Beobachtungen, aus einem Fragment des GPS-Beobachtungsnetz benutzt. Benachbarte GPS-Punkten wurden untereinander zu dreieckigen Messrosetten verbunden (70 in der Zahl), welche das Vorfeld und den unteren Teil des Dammes bedecken – Bild 4.

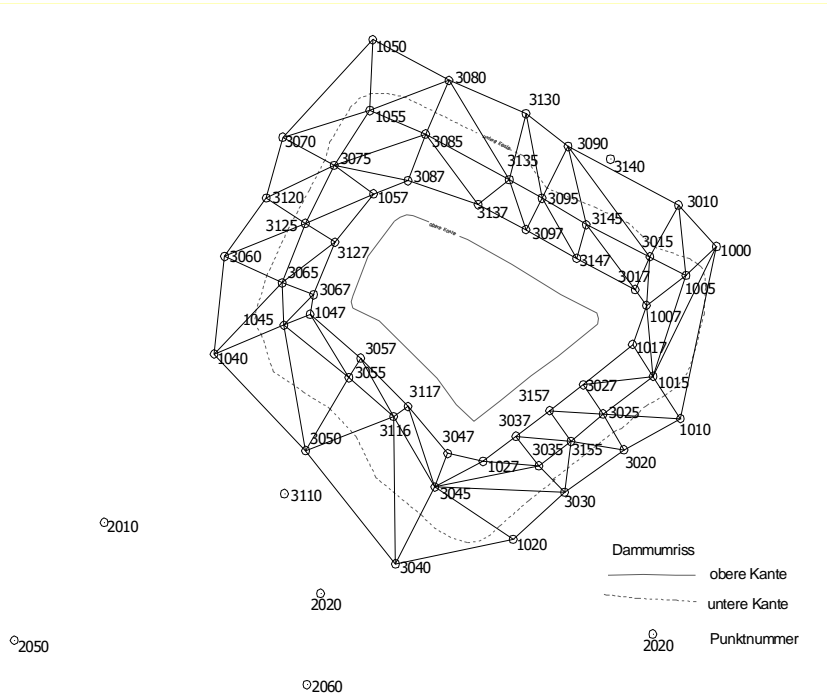


Abb.4 : Verteilung der Dreickrosetten im GPS-Beobachtungsnetz

**4.1 Bestimmung der extremalen Verformungen und dessen Azimuten**

Die Durchführung der Berechnung der linearen Verformungen und des Azimutes von einzelnen Seiten der Dreieckrosetten wurde an die, in allen Messkampanien bestimmten flachen Koordinaten der GPS-Punkten (53 in der Zahl), gestützt. Aus den einzelnen Messergebnissen wurden Längenunterschiede der Seiten der Dreieckrosetten errechnet:

$$\Delta l = l - l_0 \tag{21}$$

wo

- l – in den einzelnen Serien bestimmte Seitenlänge,
- l<sub>0</sub> – die Seitenlänge aus der Ausgangsserie.

Weiter wurde das Mass der linearen Verformung nach Cauch’y für die Dreieckseiten in den einzelnen Zeitabständen bestimmt:

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta l}{l_0} \tag{22}$$

Aus den linearen Verformungen der Rosettenseiten und deren Azimuten wurden die Tensorkomponenten jeder Dreieckrosette und für die Zeitdifferenzen der einzelnen Messkampanien bestimmt. Die Rechnungen wurden unter Einsatz des Computerprogramm DEF, gestützt an den Formeln von Pielok, Szafarczyk (2005), durchgeführt. Unter Benutzung der Tensorkomponenten erfolgte die Bestimmung der extremalen Verformungswerten und der Richtungen ihres Auftreten. Ein Beispiel dieser Rechnungen enthalten Tafel 1 und 2, wie auch die graphische Darstellung der Ergebnissen – Bild 5., für Dreieckrosette no 1.

Tab.1 : Ausgangsdaten zur Bestimmung der Verformungen in Rosette No1

Seite	Azimut [g]	Länge [m]		
		2004	2005	2006
1050-3080	129,4216	211,227	211,229	211,223
3080-1055	278,2639	207,637	207,646	207,646
1055-1050	2,5613	163,840	163,842	163,855

Tab.2 : Rechnungsergebnisse für Rosette No 1

Zeitperiode	$\varepsilon_{11}$	$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21}$	$\varepsilon_{22}$	$\varepsilon_{\max}$ [mm/m]	$\varepsilon_{\min}$ [mm/m]	$\gamma$ [-]	$\beta$ [g]
2004-2005	0,007	0,021	0,032	0,044	-0,004	0,048	66,89
2004-2006	0,087	0,046	0,004	0,107	-0,017	0,124	26,58
2005-2006	0,079	0,025	-0,028	0,085	-0,034	0,119	13,87

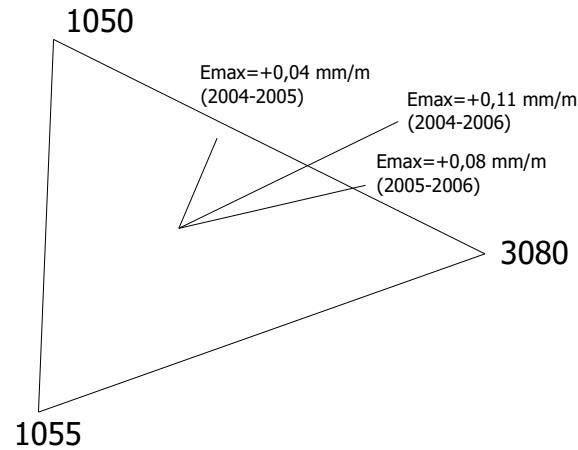


Abb.5 : Skizze der Rosette No 1 mit Darstellung der Verformungsvektoren

#### 4.2 Darstellung der Rechnungsergebnisse zur Einschätzung des Deformationszustand

Übereinstimmend mit der Definition der linearen Verformung nach Cauchy sollen diese aus Messung von unendlich kurze Basen bestimmt werden. In unseren Fall resultieren die Seitenlängen der Dreieckskrosetten aus der Lage der GPS-Beobachtungspunkten und betragen von 45m bis 262m im Bereich des Dammes und von 88m bis 344m im Vorfeld. Die Unterschiedlichkeit der Seitenlängen bedeutet auch noch eine zusätzliche Abweichung von der klassischen Tensometrie, welche die Gleichheit der Rosettenseiten voraussetzt.

Benutzung von langen Basen zur Bestimmung linearen Verformungen und des Verformungsstand aus Dreieckskrosetten, in welchen die Seiten sogar hunderte von Kilometer betragen und sich auch sehr, so in der Dreieckform wie auch in Seitenlängen unterscheiden, wurde z.B. zur Einschätzung der Verformungen (infolge Verlagerungen) von Kontinentalplatten benutzt – Cai (2004). Wir möchten noch darauf hinweisen das die zitierte Disertation bei Prof..E.W.Grafarend promoviert wurde.

Zur Beurteilung des Verformungsstand des Dammes und dem Vorfeld des Absetzbecken wurde eine Vereinfachung des Deformationsmodell des Gebirges vorgenommen, auf Grundlage welcher ein flacher Verformungsstand des Gelände betrachtet wird, trotzdem das die Verlagerungen der Messpunkten de facto im Raum erfolgen. Die errechneten Verformungswerte der untersuchten Geländedreiecken wurden der Oberfläche des Geländes zugeschrieben, obwohl die Rechnungsergebnissen deren Projektierung auf eine horizontale Fläche entsprechen.

Die Rechnungsergebnisse wurden syntetisch im Teil b) der zugefügten Bildern 6., 7. und 8. dargestellt. Werte und Richtungen der maximalen Verformungen für jede Dreieckskrosette wurden in Form eines Vektors (unter Berücksichtigung des Massstabes), wobei der Anfang dieser Vektoren immer in der Mitte des Dreieckes positioniert wird. Zur besserer Perzeption des Verformungsstand im untersuchtem Bereich des Absetzbecken wurde eine Farbenskala zur Unterscheidung der Art und der Grösse der bestimmten maximalen Verformungen eingeführt. Für Pressungen wurden blaue und für Zerrungen gelbe und rote Farben gewählt, mit einer entsprechender, den Verformungswerten angepassten, Intensität dieser Farben.

Im Teil a) dieser Bilder wurde ein Umriss der Abbaufelder für die analysierte Zeitperiode, wie auch der Umfang des Abbaus welcher bis zum Anfang dieser Zeitperiode geführt wurde, gezeigt.

Auf diesem Hintergrund wurden, dieser Zeitepoche angehörigen, Isokatabasen dargestellt. Diese Isolinien wurden aus den Ergebnissen der periodisch geführten Höhenmessungen des Absetzbeckenbereiches ermittelt.

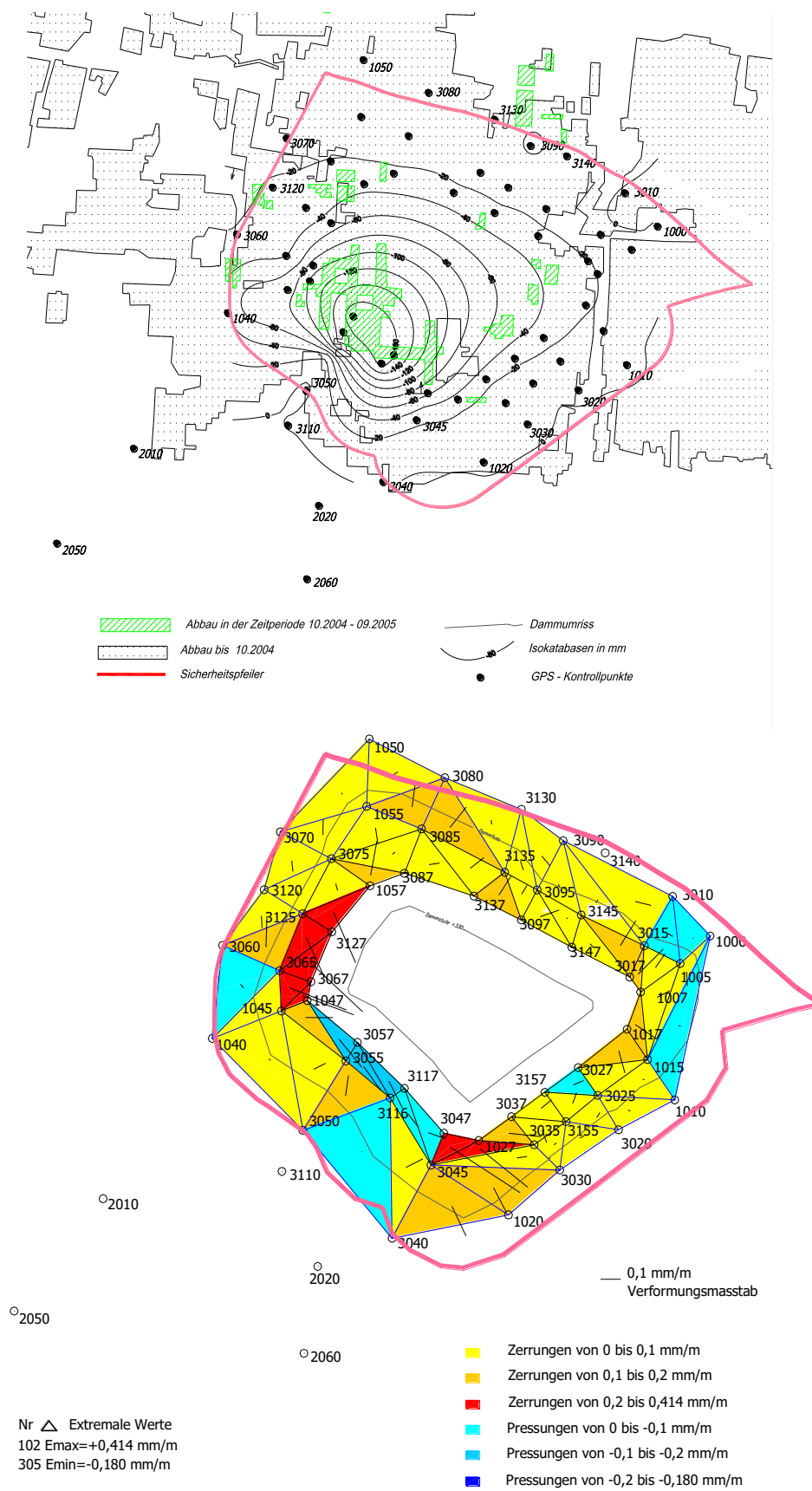


Abb.6 : Senkungen und Verformungen in der Zeitperiode 2004-2005

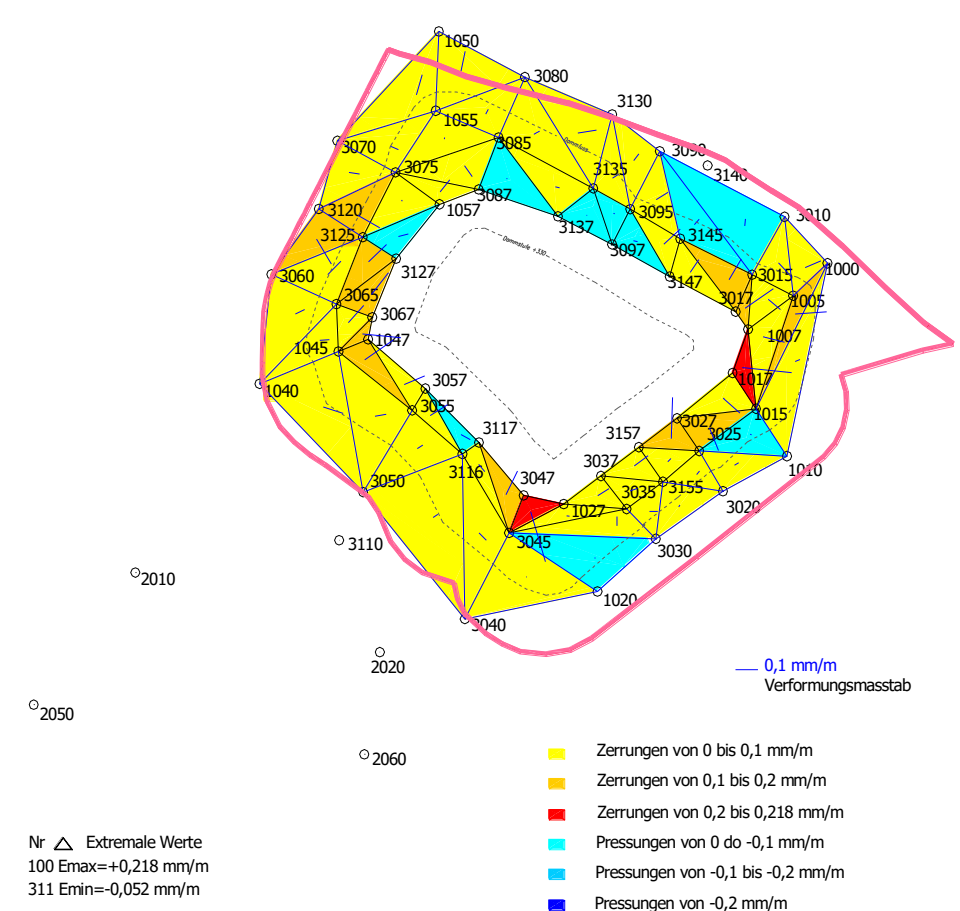
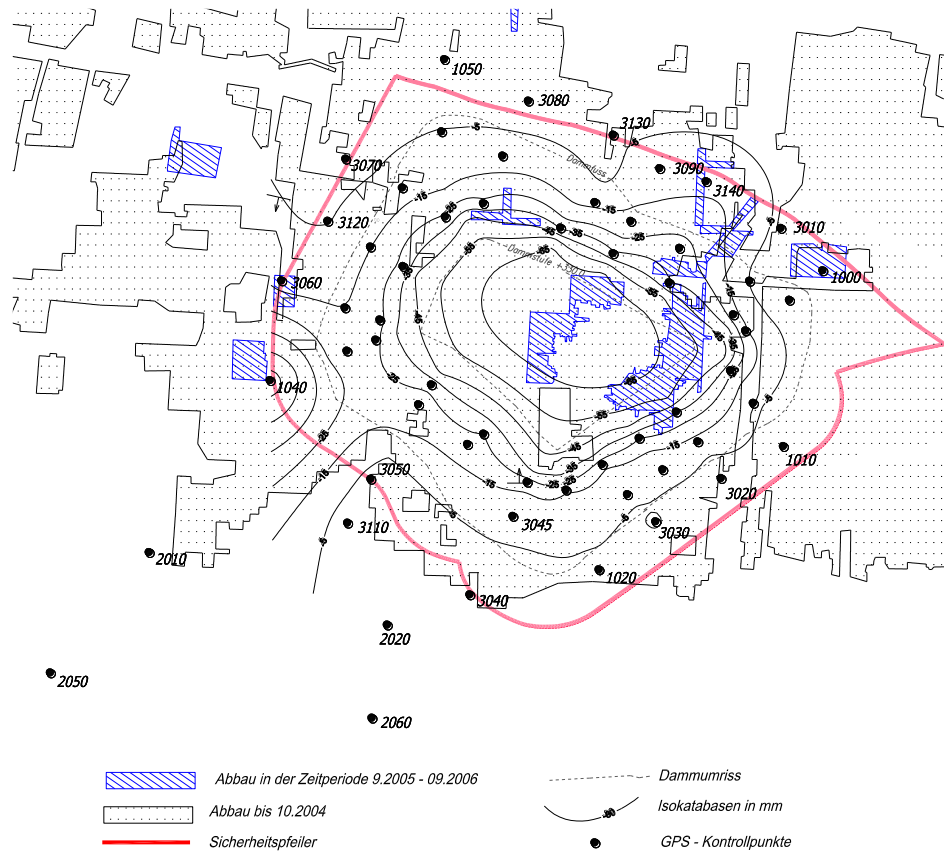


Abb.7 : Senkungen und Verformungen in der Zeitperiode 2005-2006

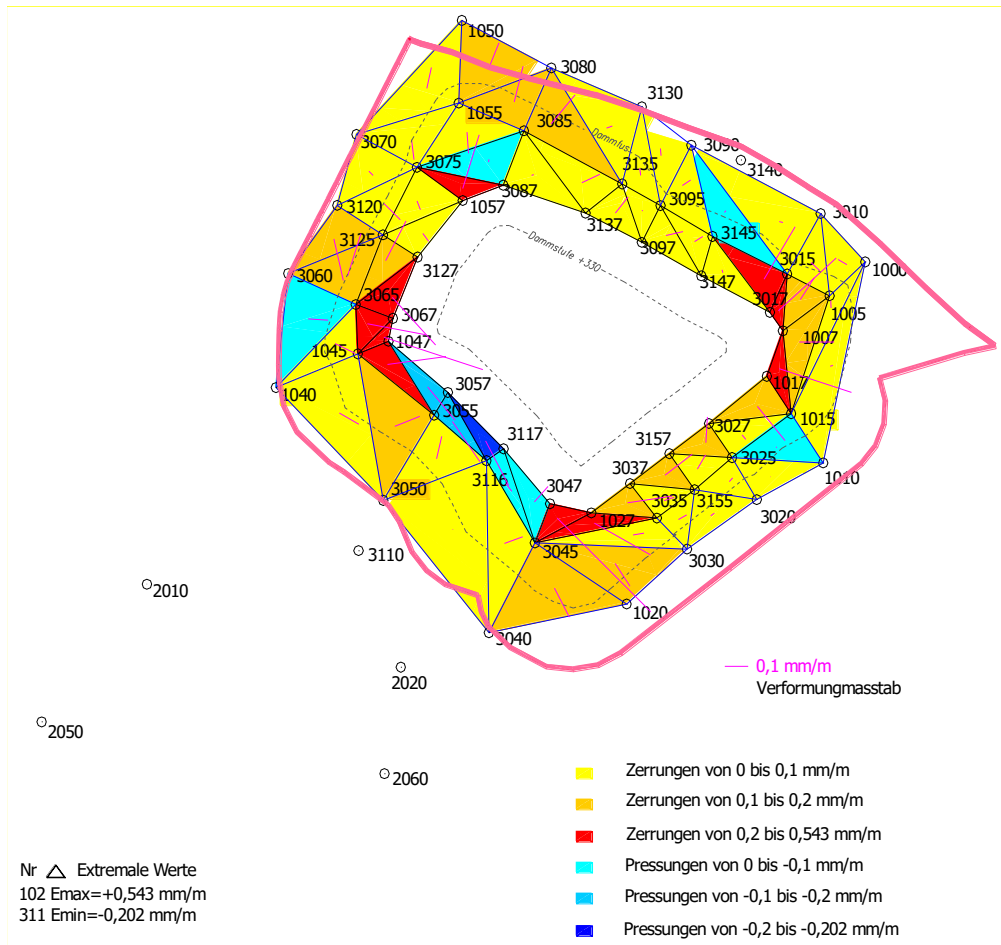
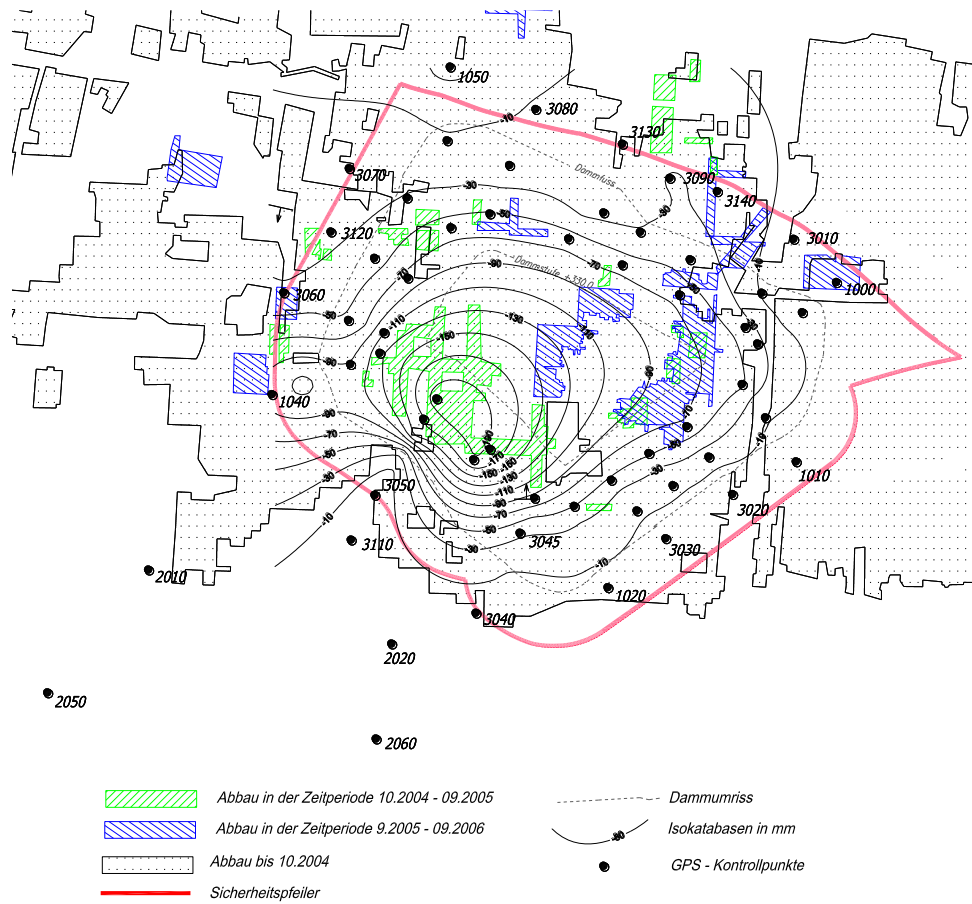


Abb.8 : Senkungen und Verformungen in der Zeitperiode 2004-2006

## 5 Interpretation der Forschungsergebnissen und Schlussfolgerungen

Eine kritische Analyse der, in den oben angeführten Bildern 6, 7 und 8 enthaltenen Mess- und Rechnungsergebnissen führt zu einigen Wahrnehmungen:

die entstehende Senkungsmulde übereinstimmt völlig mit den Umriss des geführten Abbaus und kommt fast unverzüglich zum Vorschein, was unter anderen daraus resultiert, dass das ganze Gebiet vom früheren Abbau beansprucht wurde,

die zeitweiligen Senkungsbeträge sind proportional zu den gewonnenen Erzvolumen und die Summe der Senkungen bildet eine den Abbaueinwirkungen der einzelnen Jahren angepasste Senkungsmulde,

das Beobachtungsnetz ist stark bedingt und ermöglicht die Bestimmung der Deformationskennziffern erstes Grades (Senkungen, Verschiebungen) mit hoher Zuverlässigkeit,

die letzte oben genannte Wahrnehmung gibt eine gute Voraussetzung zu der Annahme das auch die Deformationskennziffern zweites Grades (lineare Verformungen, Flächenverformungen) als zuversichtlich betrachtet werden können.

Das verallgemeinerte Bild der Verformungsbeanspruchung des Dammes und des

Vorfeldes vom analysierten Absetzbecken zeigt darauf, dass in diesen Bereich vorwiegend Zerrungen auftreten, also eine Auflockerung des Dammes entsteht. Zur dieser Tatsache, natürlich unter der Wiederholung der in Kapitel 4.2 angeführten Bedenken zur Abweichungen der benützten Tensorenrechnung von den klassischen Anwendung dieser, möchten Wir im Folgenden eine Hypothese stellen.

Ablagerung der Aufbereitungsabfällen führt zu einem ständigen Anwachsen des vertikalen Drucks, was gemeinsam mit der vertikalen Komponente der abbaubedingten Verlagerungen zur Entstehung ausschliesslich von vertikalen Stauchungen des Ablagerungsgutes und des Dammes führt. Unter der Voraussetzung dass das durch Verformungen beanspruchtes Medium nicht kompressibel ist, kann angenommen werden dass:

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0 \quad (23)$$

Wenn also  $\varepsilon_z$  nur Stauchungen vorweist, dann kann angenommen werden dass die horizontalen Komponenten der Verformungen hauptsächlich Zerrungen vorzeigen werden, was auch im analysierten Fall stattfindet. Die Richtung der Flächenzerrungen der einzelnen Geländedreiecken ist vorwiegend zum Vorfeld des Absetzbecken orientiert, was daraus resultiert, dass die Verschiebungsvektoren mit dem vertikalen Abstand der Beobachtungspunkten (von der Dammkrone zum Dammfuss) jeweilig grösser werden. Es kommen zwar auch in der Dammböschung Pressungen zum Vorschein, was jedoch mit lokalen Eigenschaften der Schichten des Baugrundes oder der resultierenden Einwirkungen des Abbaus und der Kompression des Dammes verbunden sein kann.

## 6 Schrifttum

Cai J. (2004) – Statistical interference of the eigenspace components of a symmetric random deformation tensor – Dissertationsschrift, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik der Universität Stuttgart.

Gustkiewicz J. – Praca zbiorowa „Ochrona powierzchni przed szkodami górnictwymi” Rozdz.3.2. – Metody tensometryczne i fleksometryczne – ( Kollektivarbeit „Schutz der Tagesoberfläche vor Bergbauschäden“ Kapitel 3.2. Tensometrische und flexometrische Methoden ) – Verlag Slask

Paluch m. (2002) – Zastosowanie rachunku tensorowego w zagadnieniach związanych z geomechanika – Materiały XXV. Zimowej Szkoły Mechaniki Gorotworu (Anwendung der Tensorenrechnungen zur Problemlösungen in der Gebirgsmechanik – Vorträge der XXV. Winterschule der Gebirgsmechanik), Krakow.

Pielok J., Szafarczyk A.(2005) – Optimisation of the strain rosette layout to determine the mine area subsidence 6. Geokinematischer Tag 2005 Freiberg

Pielok J.(2005) – Wyznaczanie powierzchniowego tensora odkształceń na terenach górniczych w oparciu o pomiary geodezyjne (Bestimmung eines flachen Verformungstensor in Bergbaugebieten unter Anwendung geodätischer Messungen). Wissenschaftlich-Dydaktischer Verlag der Berg- und Hüttenakademie Krakau

Praca zbiorowa (2007) – Badania Statutowe Katedry Geodezji Górniczej AGH nr11.11.150.652 pt „Badania deformacji budowli i infrastruktury technicznej terenów górniczych oraz podziemnych wyrobisk górniczych” (Kollektivarbeit – Forschungen zur Ermittlung der Deformationen von Bauten und technischer Infrastruktur in Bergbaugebieten an der Tagesoberfläche und in untertägigen Grubenbauen), Kraków.