

PRZYDATNOŚĆ WYBRANYCH METOD OCENY PAPIERÓW WARTOŚCIOWYCH

Wprowadzenie

Rzeczywistość gospodarcza niesie za sobą konieczność kierowania się przez przedsiębiorców i inwestorów kryterium minimalizacji ryzyka przy jak największym zysku, minimalizacji kosztów, przy jak najwyższych przepływach pieniężnych lub przychodach.

Dobra pozycja na rynku wiąże się również z racjonalnym inwestowaniem w nowe technologie, papiery wartościowe itp. Inwestowanie wymaga znajomości podstawowych narzędzi oceny walorów.

Celem pracy jest wskazanie przydatności wybranych metod statystycznych i ekonometrycznych w ocenie wybranych instrumentów finansowych i całych portfeli. Przedstawiono możliwości wykorzystywania tych narzędzi przez inwestorów przy podejmowaniu trudnych decyzji finansowych.

W artykule scharakteryzowano modele oceny stóp zwrotu i ryzyka, wskazano na ich interpretację i możliwości zastosowania a następnie dokonano analizy instrumentów finansowych (akcji) wybranych sześciu spółek giełdowych (w tym analizy portfelowej).

1. Założenia Markowitza

Każde działanie, którego efektem ma być 'korzyść', obarczone jest niepewnością, czyli ryzykiem. W oszacowaniu oczekiwanej stopy zwrotu pomagają dane historyczne stóp zwrotu. Najprostszym narzędziem jest średnia

* dr Monika Mościbrodzka, dr Jolanta Żukowska - Instytut Nauk Ekonomicznych, Wydział Prawa, Administracji i Ekonomii na Uniwersytecie Wrocławskim.

arytmetyczna, która pozwala obliczyć średnią stopę zysku przypadającą dla wybranego instrumentu finansowego.¹ Jest to miara dochodu z aktywa. Papiery wartościowe mogą przynieść inny zysk niż ten oczekiwany przez inwestora, dlatego też warto określać ryzyko tej inwestycji. Jedną z podstawowych miar dyspersji, najczęściej stosowaną do pomiaru ryzyka stopy procentowej jest wariancja. Im jest większa, tym większe ryzyko inwestycji w dane aktywo. W analizie portfelowej najczęściej posługujemy się jednak odchyleniem standardowym, które jest pierwiastkiem z wariancji, ponieważ w przeciwieństwie do wariancji jest ono wyrażone w tych samych jednostkach, co oczekiwana stopa zwrotu. Informuje nas ono, o ile średnio rzeczywista stopa zwrotu będzie się różnić od średniej stopy zwrotu. Oczywistym zatem jest fakt, że im mniejsze jest odchylenie standardowe, tym mniejsze ryzyko inwestycji w daną akcję.

W porównaniu kilku papierów wartościowych może pomóc współczynnik zmienności papieru, czyli iloraz ryzyka do stopy zwrotu. Łączy on obie charakterystyki inwestycji, a mianowicie dochód i ryzyko, zakładając, że oczekiwana stopa zwrotu z inwestycji jest dodatnia². Wskaźnik ten prezentuje, ile ryzyka przypada na jednostkę zysku, zatem dążenie do zwiększania dochodu przy równoczesnym zmniejszaniu ryzyka pociąga za sobą preferowanie inwestycji w akcje o niskiej wartości tego współczynnika.

Przyjmując, iż inwestorzy charakteryzują się awersją do ryzyka, należy przyjąć, że każdy wzrost ryzyka z inwestycji w jedno aktywo jest rekompensowany wzrostem oczekiwanego zysku. Markowitz zauważył, że gdy jednocześnie inwestujemy w dwa rodzaje akcji o różnym ryzyku, to jesteśmy w stanie zmniejszyć ryzyko inwestycji. Inwestor musi przy swoim wyborze brać pod uwagę tylko takie portfele, które są dla niego atrakcyjne. Wobec tego powinien kierować się zasadą uzyskania jak największego zysku (w tym przypadku uzyskania jak największej stopy zwrotu) przy najmniejszym ryzyku (jak najniższa wartość odchylenia standardowego stopy zwrotu). Wybór inwestora powinien być dokonywany, więc spośród tzw. portfeli efektywnych. Portfel efektywny to taki portfel, że:

- Nie istnieje portfel o tej samej stopie zysku i mniejszym ryzyku;
- Nie istnieje portfel o tym samym ryzyku i większej stopie zysku.

¹ R. Bednarski, *Podstawowe narzędzia analizy portfela inwestycyjnego*, [www.inwestycje.pl/gpw/aktualnosc_gpw/podstawowe_narzedzia_analazy_portfela_inwestycyjnego;17882;0.html](http://www.inwestycje.pl/gpw/aktualnosc/gpw/podstawowe_narzedzia_analazy_portfela_inwestycyjnego;17882;0.html)

² K. Jajuga, T. Jajuga, *Inwestycje. Instrumenty finansowe, aktywa niefinansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*, PWN, Warszawa 2006, s. 190-191.

Portfele efektywne stanowią część brzegu zbioru wszystkich możliwości inwestycyjnych.³

2. Model jednowskaźnikowy Sharpe'a a Capital Assets Model Principle

Wskaźnik Sharpe'a (*Sharpe ratio, Sharpe index*) został wprowadzony w 1966 r. przez Williama Forsytha Sharpe'a, ekonomistę amerykańskiego, laureata (wspólnie z H. M. Markowitzem i M. H. Millerem) Nagrody Nobla w dziedzinie ekonomii w 1990r.

Wskaźnik ten jest podstawową miarą efektywności w zarządzaniu (*performance measure*), skorygowaną (w odróżnieniu od samej stopy zwrotu) o ryzyko. Wskaźnik Sharpe'a jest wskaźnikiem ex-post (historycznym) i określa względną oczekiwaną premię za ryzyko. Można go zdefiniować, jako stosunek oczekiwanej premii za ryzyko podjęcia niepewnej inwestycji do ryzyka tej inwestycji (czyli odchylenia standardowego stopy zwrotu z tej inwestycji).

Historyczny wskaźnik Sharpe'a jest wielkością niemianowaną, liczoną za

pomocą formuły
$$S = \frac{R - \mu_0}{\sigma}$$

gdzie: μ_0 - historyczna stopa zwrotu pozbawiona ryzyka,

$R = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t$ - historyczna stopa zwrotu, przy czym

R_t - stopa zwrotu papieru w podokresie historycznym o numerze t ,

$\sigma = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_t - R)^2}$ - historyczne ryzyko papieru wartościowego.

W 1994 roku W.F. Sharpe zaproponował korektę używanego od 1966 roku wskaźnika. Zasugerował mianowicie uwzględnienie faktu, iż stopa zwrotu pozbawiona ryzyka również ulega w czasie zmianom. **Nowy**, poprawiony **historyczny wskaźnik Sharpe'a** przybiera postać następującą:

$$S = \frac{R - \mu_0}{\sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T [(R_t - \mu_{o,t}) - (R - \mu_0)]^2}}$$

³ H. M. Markowitz, *The optimization of a quadratic function subject to linear constraints*, "Naval Research Logistics Quarterly" no 3, 1956, pp. 111-133.

W mianowniku jest estymator odchylenia standardowego różnicy między stopą zwrotu papieru a stopą zwrotu pozbawioną ryzyka.

Jeżeli porównywalibyśmy dwa aktywa o takich samych stopach zwrotu, to aktyw o wyższym wskaźniku Sharpe'a miałyby mniejsze ryzyko. Jeżeli zaś dwa aktywa miałyby równe ryzyka, to aktyw o większym wskaźniku Sharpe'a miałyby wyższą stopę zwrotu. Wynika stąd kryterium inwestycyjne, polegające na maksymalizacji wskaźnika Sharpe'a - w myśl niego inwestorzy powinni wybierać aktywa - fundusze inwestycyjne, akcje, portfele akcji o możliwie najwyższym wskaźniku Sharpe'a.⁴

W modelu jednowskaźnikowym Sharpe'a dokonuje się tak zwanej dekompozycji ryzyka. Ryzyko całkowite jest sumą ryzyka systematyczne i ryzyka specyficznego.

Model ten opiera się na założeniu, że stopy zwrotu większości akcji są w dużym stopniu powiązane ze stopą zwrotu indeksu rynku.

$$R_i = \alpha_i + \beta_i \cdot R_M + u_i$$

gdzie:

R_i – stopa zysku i-tej akcji,

R_M – stopa zysku indeksu giełdowego,

u_i – składnik losowy dla i-tej akcji.

Równanie to zostało nazwane linią charakterystyczną papieru wartościowego (Security Characteristic Line - SCL). Szczególna rola w tej prostej odgrywa współczynnik β wskazuje na stopień wrażliwości danej akcji na zmiany stopy zysku indeksu giełdowego. Określa on, o ile jednostek wzrośnie w przybliżeniu stopa zwrotu z akcji, gdy stopa zwrotu wskaźnika rynku wzrośnie o jednostkę. Zatem jest on miarą ryzyka rynkowego akcji. Wyróżniane są różne przypadki wartości współczynników beta. Mianowicie:

- $\beta_i < 0$ oznacza, że stopa zwrotu danej akcji zmienia się w przeciwnym kierunku niż stopa zysku indeksu giełdowego,
- $\beta_i = 0$ oznacza, że stopa zysku akcji nie jest zależna od zmian stóp rynkowych. Z istoty tego modelu wynika, że dzieje się tak dla instrumentu wolnego od ryzyka,
- $0 < \beta_i < 1$ oznacza, że stopa zysku akcji słabo zależy od zmian rynkowych, tzn. stopa zwrotu akcji reaguje słabiej na zmiany rynkowe niż przeciętna akcja na rynku,

⁴ www.analizaportfelowa.pl/Education/Default.aspx

- $\beta_i = 0$ - stopa zwrotu akcji podlega takim samym zmianom co indeks giełdowy,
- $\beta_i > 1$ oznacza, że stopa zwrotu akcji zmienia się szybciej niż stopa zwrotu z indeksu giełdowego.

Takim współczynnikiem beta charakteryzują się akcje agresywne.⁵

Dla całego portfela współczynnik beta oblicza się jako ważoną średnią współczynników beta akcji portfela. Wagi są wyznaczone przez udziały danych akcji w całym portfelu.

Model jednowskaźnikowy Sharpe'a jest punktem wyjścia najbardziej popularnego modelu rynku kapitałowego CAMP (CAPITAL ASSET PRICING MODEL). Model ten przedstawia syntetyczny opis kształtowania się stóp zwrotu na rynku kapitałowym przy założeniu, że inwestorzy postępują racjonalnie.

Przyjęto w nim następujące założenia:

- brak kosztów transakcyjnych,
- istnieje doskonała podzielność papierów wartościowych,
- nie ma podatków od dochodów kapitałowych,
- transakcje pojedynczego inwestora nie mają wpływu na notowania papierów wartościowych,
- inwestorzy dążą jedynie do osiągnięcia oczekiwanej stopy zwrotu i akceptują oczekiwane ryzyko,
- występuje krótka sprzedaż akcji,
- inwestorzy mogą zaciągać pożyczki po stopie wolnej od ryzyka,
- decyzje inwestycyjne są podejmowane tylko na jeden okres,
- wszyscy inwestorzy posiadają takie same oczekiwania co do rynku,
- papiery wartościowe mogą być nabywane i sprzedawane bez ograniczeń.

W rzeczywistości nie występuje na świecie rynek, który spełniałby powyższe założenia. Jednak oparta na nich teoria stanowi poważne narzędzie dla wspomagania procesów decyzyjnych w zakresie inwestycji na rynku kapitałowym.

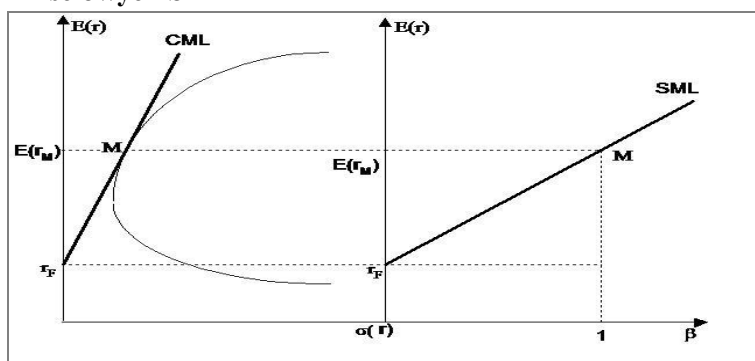
Okazuje się, że przy powyższych założeniach można udowodnić, że inwestorzy muszą dążyć do posiadania dobrze zdywersyfikowanych portfeli. W przypadku takich portfeli ryzyko jest opisane jedynie przez współczynnik beta. Zatem zależność dochodu z portfela od ryzyka tego portfela jest w zasadzie

⁵ materiaływnne.110mb.com/documents/finanse/wyklad_06.pdf

zależnością oczekiwanej stopy zwrotu z portfela od współczynnika beta tego portfela. Pokazuje się, że stopa zwrotu portfela inwestora musi być funkcją liniową stopy zwrotu portfela rynkowego (przy czym współczynnikiem kierunkowym tej funkcji jest właśnie współczynnik beta portfela inwestora).

Podstawą CAPM są dwie zależności. Jedną z nich to linia rynku kapitałowego – CML druga natomiast to linia rynków papierów wartościowych – SML (wykres 1).

Wykres 1. Linia rynku kapitałowego CML oraz linia rynków papierów wartościowych SML



Źródło: K. Jajuga, T. Jajuga, *Inwestycje, Instrumenty finansowe, Ryzyko finansowe, Inżynieria finansowa*, Wydawnictw Naukowe PWN, Warszawa 2004, s. 170.

W przestrzeni dochód ($R(E(r))$) i ryzyko (r) można wyznaczyć zależność między oczekiwanymi stopami zwrotu poszczególnych akcji a ich ryzykiem. Ilustruje to linia rynku papierów wartościowych (security market line SML). Na SML znajdują się w stanie równowagi rynku wszystkie portfele i akcje, natomiast na CML stanowią tylko portfele efektywne. W celu wyznaczenia równania linii rynku papierów wartościowych należy oszacować wyraz wolny i współczynnik kierunkowy.

Tak więc, zysk z portfela aktywów kapitałowych jest sumą ceny czasu i ceny ryzyka portfela. Dokładniej zysk z portfela aktywów kapitałowych jest więc sumą ceny czasu i ceny jednostki ryzyka przemnożonej przez ilość ryzyka portfela.

Linia rynków papierów wartościowych (SML) ma więc postać:

$$R = R_F + \beta(R_M - R_F)$$

gdzie:

R - oczekiwana stopa zwrotu akcji, β - współczynnik beta tego portfela, R_M - zwrot z portfela rynku, R_F - zwrot z portfela wolnego od ryzyka.

Oczekiwana stopa zwrotu z akcji składa się ze stopy zwrotu pozbawionej ryzyka, która ma rekompensować rezygnację z konsumpcji w bieżącym okresie na rzecz konsumpcji w przyszłości oraz „premię za ryzyko”, która wynagradza podjęcie ryzyka związanego z akcją.

Na „premię za ryzyko” składa się premia za ryzyko związane z portfelem rynkowym ($R_M - R_F$), czyli nadwyżki oczekiwanej stopy zwrotu z rynku ponad stopę wolną od ryzyka oraz β , który koryguje premię za ryzyko w „przeciętny” walor względem ryzyka w akcję. Współczynnik β jest to standardowa miara ryzyka systematycznego, wiążąca kowariancję z wariancją portfela rynku. Gdy $\beta=1$, wówczas $R = R_M$, czyli na SML leży portfel rynkowy. W przypadku, gdy $\beta=0$, wówczas $R=R_F$ czyli na SML leży portfel zawierający instrumenty wolne od ryzyka. Z portfelem agresywnym mamy do czynienia dla $\beta>1$, wówczas $R > R_M$. Portfel defensywny występuje w przypadku, gdy $0<\beta<1$ wówczas $R_F < R < R_M$. W przypadku, gdy $\beta<0$, wówczas $R < R_F$.⁶

Trzeba dodać, iż do estymacji stopy zwrotu pozbawionej ryzyka używa się bonów skarbowych (uznaje się, że w krótkich okresach, np. 13 tygodni, są one bezryzykowne), bądź prognoz dotyczących przyszłych stóp procentowych NBP i przyszłej inflacji. Najczęściej używa się krajowego rynku obligacji skarbowych - są one bardziej stabilne i uwzględniają inflację w dłuższym okresie. Zwykle wykorzystuje się dochodowość 5-letnich, bądź 10-letnich obligacji skarbowych.

Jeżeli interesuje nas okres historyczny o T podokresach historycznych (np. rocznych, bądź miesięcznych), to średnia historyczna stopa zwrotu pozbawiona ryzyka w tym okresie historycznym jest dana wzorem:

$$\mu_0 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mu_{0,t}$$

gdzie: $\mu_{0,t}$ - stopa zwrotu pozbawiona ryzyka w podokresie historycznym ($t=1, \dots, T$).

3. Ocena portfela

Portfel inwestycyjny jest to „wachlarz” wielu spółek, które mogą znajdować się w naszym zainteresowaniu. Wtedy też jednym z najczęściej stosowanych rozwiązań do określania ryzyka jest stosowanie kowariancji (wspólna

⁶ K. Jajuga, T. Jajuga, *Inwestycje, Instrumenty finansowe, Ryzyko finansowe, Inżynieria finansowa*, Wyd. PWN, Warszawa 2004, s. 169.

wariancja). Kowariancja pozwala nam odpowiedzieć na pytanie, jak zachowują się w stosunku do siebie dwie zmienne. Estymowana jest ona na podstawie historycznych stóp zwrotu:

$$Cov_{12} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{t1} - R_1)(R_{t2} - R_2)$$

gdzie: R_{t1} - stopa zwrotu akcji pierwszej spółki w okresie t ,

R_{t2} - stopa zwrotu akcji drugiej spółki w okresie t ,

R_1 - oczekiwana stopa zwrotu akcji pierwszej spółki,

R_2 - oczekiwana stopa zwrotu akcji drugiej spółki.

Kowariancja ma za zadanie ukazać, jak dwa zbiory liczb zmieniają się jednocześnie w czasie. Jednoczesny ruch oznacza, że wartości inwestycji są powyżej lub poniżej swoich wartości oczekiwanych w tym samym czasie.⁷ Kowariancja jest miarą zależności kursu jednego aktywa z kursem innego aktywa.⁸ Miara ta jest miarą absolutną, więc w celu uzyskania miary względnej wykorzystuje się „wystandaryzowaną” kowariancję, mianowicie współczynnik korelacji:

$$\rho_{12} = \frac{Cov_{12}}{\sigma_1 \sigma_2}$$

Współczynnik korelacji jest kolejną miarą zależności kursów aktywów, częściej stosowanym w praktyce badania zależności liniowej zmiennych. Jest on równy ilorazowi kowariancji kursów oraz wyrażenia równego iloczynowi ich odchyżeń standardowych. Pamiętać należy, że mierzy on zależność liniową pomiędzy cechami, więc wartość zerowa tego współczynnika nie świadczy o tym, że nie ma powiązania pomiędzy zmiennymi, ale o tym, że brak jest powiązania liniowego. Wartość bezwzględna współczynnika korelacji wskazuje na siłę powiązania liniowego pomiędzy kursami. Im bliższa jest ta wartość jedności, tym silniejszy związek liniowy. Znak tej miary świadczy o kierunku powiązania liniowego, a zatem ujemna korelacja oznacza, że gdy kurs jednego aktywa rośnie to kurs drugiego maleje. Dodatnia korelacja oznacza, że wzrostowi kursu jednego aktywa towarzyszy wzrost kursu aktywa drugiego.⁹

⁷ K. F. Relly, C. K. Brown, *Analiza inwestycji i zarządzanie portfelem TI*, PTE, Warszawa 2001, s. 155-157.

⁸ H. M. Markowitz, *Portfolio Selection*, "Journal of Finance" no 7 (1), 1952, pp. 77-91 (za: P. Miszczyński, *Analiza Portfelowa Model Markowitza*, Uniwersytet Łódzki).

⁹ K. Jajuga, T. Jajuga, *Inwestycje. Instrumenty finansowe, aktywa niefinansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*, PWN, Warszawa 2006, s. 204-208.

Opisane narzędzia służą do mierzenia ryzyka specyficznego, czyli zdywersyfikowanego, które da się zredukować poprzez odpowiednie dobranie składników portfela.¹⁰

Podstawą teorii portfelowej jest budowanie zdywersyfikowanego portfela przy uwzględnieniu powiązań pomiędzy stopami zwrotu pomiędzy poszczególnymi jego składnikami. Najprostszy portfel składa się z dwóch akcji. Suma udziałów papierów wartościowych w portfelu wynosi 1 lub 100%.

$$w_1 + w_2 = 1$$

gdzie:

w_1 – udział pierwszej akcji w wartości portfela;

w_2 – udział drugiej akcji w wartości portfela.

Oczekiwana stopa zwrotu takiego portfela określona jest wzorem:

$$E(R_p) = w_1 \cdot E(R_1) + w_2 \cdot E(R_2)$$

$E(R_p)$ – oczekiwana stopa zwrotu portfela;

$E(R_1)$ – oczekiwana stopa zwrotu z pierwszej akcji;

$E(R_2)$ – oczekiwana stopa zwrotu z drugiej akcji.

Ryzyko portfela, którego miarą jest wariancja dla dwóch akcji oblicza się ze wzoru:

$$V_p = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}$$

Odchylenie standardowe portfela dwóch aktywów można obliczyć następująco:

$$\sigma_p = \sqrt{V_p} = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}}$$

gdzie:

V_p – wariancja stóp zwrotu portfela;

σ_p – odchylenie standardowe stóp zwrotu portfela;

ρ_{12} – korelacja stóp zwrotu akcji.

Wraz ze zbliżaniem się współczynnika korelacji do wartości (-1) spada ryzyko portfela akcji. Przy współczynniku korelacji równym (+1) ryzyko portfela jest najwyższe. Dla wartości granicznych współczynnika korelacji wzór na odchylenie standardowe ulega uproszczeniu:

$$\sigma_p = w_1 \sigma_1 - w_2 \sigma_2$$

¹⁰ R. Bednarski, *Podstawowe narzędzia analizy portfela inwestycyjnego*, www.inwestycje.pl/gpw/aktualnosci_gpw/podstawowe_narzedzia_analazy_portfela_inwestycyjnego;17882;0.html.

Ze wzoru tego można określić, przy jakich udziałach ryzyko portfela składającego się z dwóch akcji o idealnie odwrotnej korelacji będzie równe zero. Mianowicie

$$w_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \qquad w_2 = \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2}$$

W przypadku korelacji idealnie dodatniej, kiedy $\rho_{12} = +1$, wzór na obliczanie odchylenia standardowego przyjmuje postać:

$$\sigma_p = w_1\sigma_1 + w_2\sigma_2$$

Korzystając z zależności przedstawionej we wzorze otrzymujemy liniową zależność wielkości odchylenia standardowego od udziału jednej z akcji.

$$\sigma_p = w_1(\sigma_1 - \sigma_2) + \sigma_2$$

W rzeczywistości trudno znaleźć aktywa o idealnej korelacji ujemnej i dodatniej. Jednak te skrajne przypadki posłużą dalszej analizie strategii inwestycyjnych opartych na analizie portfelowej. W praktyce zazwyczaj w portfelach inwestorów znajdują się akcje więcej niż dwóch spółek.

Dla dowolnej liczby spółek wzory na oczekiwaną stopę zwrotu oraz na odchylenie standardowe portfela przybierają postać:

$$\sigma_p = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

Jeżeli inwestor posiada portfel w sensie udziałowym (procentowo-wartościowym) $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ oraz β_1, \dots, β_n są współczynnikami beta odpowiednich walorów ryzykownych wówczas **współczynnik beta portfela X** wynosi $\beta_X = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n$. Jest to ważona udziałami w portfelu suma współczynników beta poszczególnych walorów. Zachodzi też następujący związek:

$$\beta_X = \frac{Cov_{X, R_M}}{\sigma_{R_M}^2}$$

Współczynnik beta portfela jest stosunkiem kowariancji stopy zwrotu portfela X ze stopą zwrotu portfela rynkowego (R_M) i wariancji stopy zwrotu z portfela rynkowego. Innymi słowy, współczynnik beta portfela X może być rozumiany, jako względna miara skorelowania rentowności portfela X z rentownością rynku, odniesiona do kwadratu ryzyka inwestowania na rynku,

jako całości. Korzystając z tego związku pokazuje się, że w szczególności współczynnik beta portfela rynkowego wynosi 1.

Jeżeli współczynnik beta portfela X jest większy od 1, to taki portfel nazywamy **portfelem agresywnym**. W tym przypadku oczekiwana stopa zwrotu tego portfela jest większa, niż oczekiwana stopa zwrotu portfela rynkowego. Jeżeli współczynnik beta portfela X jest równy 1, to taki portfel nazywamy **portfelem neutralnym**. W tym przypadku oczekiwana stopa zwrotu tego portfela jest taka sama, jak stopa oczekiwana zwrotu portfela rynkowego. Jeżeli współczynnik beta portfela X jest mniejszy od 1, lecz dodatni, to taki portfel nazywamy **portfelem defensywnym**. W tym przypadku oczekiwana stopa zwrotu tego portfela jest mniejsza, niż oczekiwana stopa zwrotu portfela rynkowego, lecz większa, niż stopa zwrotu spółki pozbawionego ryzyka. W sytuacji, gdy współczynnik beta portfela X jest równy 0, to taki portfel nie reaguje na zmiany rynku (czyli jest wolny od ryzyka rynku). W tym przypadku oczekiwana stopa zwrotu tego portfela jest równa stopie zwrotu spółki pozbawionego ryzyka (i mniejsza, niż oczekiwana stopa zwrotu portfela rynkowego). Jeżeli współczynnik beta portfela X jest mniejszy niż 0, to taki portfel reaguje na zmiany odwrotnie, niż rynek. W tym przypadku oczekiwana stopa zwrotu tego portfela jest mniejsza, niż oczekiwana stopa zwrotu spółki pozbawionego ryzyka (i tym bardziej mniejsza, niż oczekiwana stopa zwrotu portfela rynkowego).¹¹

Historyczny współczynnik beta akcji (funduszu) względem stopy zmian ustalonego indeksu wyznaczany jest ze wzoru

$$\beta = \frac{\sum_{t=1}^T (R_t - R)(F_t - F)}{\sum_{t=1}^T (F_t - F)^2}$$

gdzie:

R jest średnią stopą zwrotu akcji (bądź funduszu), przy czym R_t to stopa zwrotu akcji (funduszu) w okresie t ,

$F = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T F_t$ jest historyczną stopą zwrotu (zmian) odpowiedniego indeksu, przy

czym F_t to stopa zwrotu (zmian) wybranego indeksu w okresie t dla $t=1, \dots, T$ (wszystkie F_t nie mogą być sobie równe!).

¹¹ R. Bednarski, *Podstawowe narzędzia analizy portfela inwestycyjnego*, www.inwestycje.pl/gpw/aktualnosci_gpw/podstawowe_narzedzia_analazy_portfela_inwestycyjnego;17882;0.html

Zwykle przy estymacji współczynników beta wybiera się tygodniowe lub miesięczne podokresy historyczne dla pięcioletniego okresu historycznego. Zauważmy, że przy tym podejściu przykładamy jednakową wagę do wszystkich podokresów historycznych. Jeżeli jednak chcielibyśmy większą wagę przykładać do podokresów historycznych mniej odległych w czasie, to możemy zastosować estymator historycznego współczynnika beta, uzyskany za pomocą tzw. *wygładzania wykładniczego*¹². Niech $0 < \lambda < 1$ będzie dowolną stałą. Przyjmujemy

wówczas dla $t=0,1,\dots,T$ wagi: $p_t = \frac{\lambda^{T-t}}{\lambda^T + \dots + \lambda + 1}$ i otrzymujemy współczynnik beta równy:

$$\beta_w = \frac{\sum_{t=0}^T p_t (R_t - R_w)(F_t - F_w)}{\sum_{t=0}^T p_t (F_t - F_w)^2}$$

gdzie: $F_w = \sum_{t=0}^T p_t F_t$ $R_w = \sum_{t=0}^T p_t R_t$

Drugim wskaźnikiem oceniającym rentowność portfela, za pomocą którego oblicza się jednocześnie ryzyko i zwrot, otrzymując jedną wartość, jest wskaźnik Treynora. Wskaźnik Treynora (*Treynor ratio*, *Treynor index*) został wprowadzony w 1965 r. przez Jacka Treynora - matematyka i ekonomistę amerykańskiego. Jest to jedna z miar efektywności w zarządzaniu (*performance measure*). Wskaźnik Treynora jest wskaźnikiem ex-post (historycznym). Jest to historyczna premia za ryzyko inwestowania w akcję (fundusz), odniesiona do historycznego współczynnika beta tej akcji (funduszu) liczonego względem odpowiedniego indeksu. Zawiera on dwie składowe ryzyka, takie jak ryzyko fluktuacji rynku i ryzyko fluktuacji papierów wartościowych w portfelu¹³.

Wskaźnik Treynora, w odróżnieniu od wskaźnika Sharpe'a, jako miarę ryzyka wykorzystuje współczynnik beta. Do wyznaczania wartości tego wskaźnika zwykle wybierany jest indeks, charakteryzujący rynek jako całość (WIG, bądź WIG20), ale można też, np. w zależności od akcji danej spółki, stosować inne indeksy, np. indeksy branżowe. **Historyczny wskaźnik Treynora** jest wielkością wyrażoną w procentach, liczoną za pomocą formuły:

¹² www.analizaportfelowa.pl/Education/Default.aspx.

¹³ F.K. Relly, K.C. Brown, *Analiza inwestycji i zarządzanie portfelem*, T 2, PTE, Warszawa 2001, s. 666-669.

$$T = \frac{R - \mu_0}{\beta}$$

gdzie:

μ_0 - średnia realna stopa zwrotu z inwestycji wolnej od ryzyka,

R - średnia stopa zwrotu akcji (bądź funduszu), przy czym R_t to stopa zwrotu akcji (funduszu) w okresie t ,

β - to historyczny współczynnik beta akcji (funduszu) względem stopy zmian F ustalonego indeksu.

W celu stwierdzenia, czy aktywo osiągnęło wynik lepszy od rynku, należy porównać wskaźnik Treynora obliczony dla interesującej nas akcji, portfela akcji ze wskaźnikiem obliczonym dla reprezentanta portfela rynkowego (np. dla indeksu WIG lub WIG20).

Jeżeli obliczona wartość wskaźnika jest wyższa od tej otrzymanej dla portfela rynkowego, oznacza to, że fundusz uzyskał wyniki lepsze od rynku przy uwzględnieniu ryzyka.

Ujemna wartość wskaźnika Treynora oznacza, że dany fundusz (akcja) osiąga stopę zwrotu niższą od stopy pozbawionej ryzyka (o ile współczynnik beta tego funduszu bądź akcji jest dodatni - w przeciwnym wypadku sytuacja jest odwrotna).

Wskaźnik Treynora jest porównaniem zysku z inwestycji ze statystycznym zachowaniem się akcji. W przypadku porównywania różnych inwestycji (funduszy, akcji) za lepszą uznaje się inwestycję, która ma wyższą wartość wskaźnika Treynora. Wskaźnik Treynora nie jest podawany dla funduszy papierów wierzycielskich (gdyż wówczas współczynnik beta, czyli mianownik wskaźnika Treynora, jest bliski zeru).¹⁴

Do obliczania wskaźnika Sharpe'a rentowności portfela wykorzystuje się jako miarę ryzyka odchylenie standardowe, a w przypadku wskaźnika Treynora uwzględnia się ryzyko systematyczne. Te dwa wskaźniki rentowności dostarczają komplementarnych ale różnych informacji, a zatem oba powinny być wykorzystywane. Ich wadą jednak jest to, że otrzymujemy względne wartości rentowności portfela¹⁵.

¹⁴ www.analizaportfelowa.pl/Education/Default.aspx

¹⁵ F.K. Relly, K.C. Brown, *Analiza inwestycji i zarządzanie portfelem*, T 2, PTE, Warszawa 2001, s. 671-672.

4. CML - Capital Market Line - interpretacja

Linia rynku kapitałowego (CML, capital market line) – opisuje zależność stopy zwrotu od całkowitego ryzyka dla portfeli efektywnych (CAPM zakłada, że uczestnicy rynku starają się inwestować w portfele efektywne, a więc portfele leżące na linii CML).

Teoria rynku kapitałowego uwzględnia w portfelu aktywa wolne od ryzyka, do których należą w szczególności skarbowe papiery wartościowe. Aktywa takie zapewniają określoną stopę zwrotu (R_F), a ich wariancja i odchylenia standardowe są równe zero.

Wycena aktywów jest przeprowadzana przy założeniu, że stopy zwrotu na rynku są zdeterminowane sytuacją na rynku. W przypadku akcji substytutem rynku jest indeks giełdowy. W opisywanej tu teorii przyjęto, że oczekiwana stopa zwrotu portfela zawierającego aktywa ryzykowne jest uzależniona od stopy zwrotu aktywów pozbawionych ryzyka oraz premii za ryzyko. Matematyczną zależność opisuje poniższy wzór.

$$R_i = R_F + \frac{R_M - R_F}{\sigma_M} \sigma_i$$

Wykreślona na jego podstawie prosta (Wykres 2) określana jest mianem linii rynku kapitałowego (capital market line, „CML”). Znajduje się na niej zbiór portfeli efektywnych, czyli najlepszych przy danym poziomie ryzyka. Poniżej tej linii znajdują się jedynie portfele nieefektywne, tzn. takie, dla których przy danym poziomie ryzyka można znaleźć lepsze portfele.

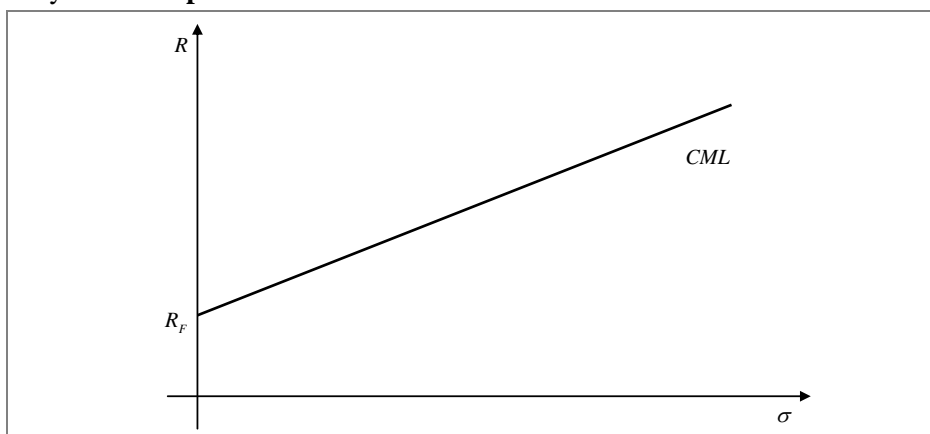
Tak więc, stopa zwrotu papieru wartościowego jest zdeterminowana dwoma składnikami:

- stopą zwrotu aktywów pozbawionych ryzyka R_F - stanowi ona cenę czasu, na jaki inwestor angażuje wolne środki, odraczając inne inwestycje bądź konsumpcję;
- premia za ryzyko, która stanowi wynagrodzenie za podjęcie ryzyka - obliczana jest jako iloczyn ceny jednostki ryzyka $\frac{R_M - R_F}{\sigma_M}$ oraz wielkości ryzyka portfela σ .

Wraz z przesuwaniem się w prawo po linii CML otrzymujemy portfele o wyższej oczekiwanej stopie zwrotu a zarazem wyższym ryzyku. Najniższe ryzyko występuje dla portfela znajdującego się w punkcie przecięcia linii CML

z osią rzędną. Wówczas inwestor nie podejmuje żadnego ryzyka, jednak nie może uzyskać nic więcej niż stopa zwrotu aktywów wolnych od ryzyka R_F .¹⁶

Wykres 2. **Capital Market Line**



Źródło: Mazurek J., *Teoria rynku kapitałowego*,
www.bankier.pl/wiadomosci/multiarticle.html/1804765,2,poradnik.html

Wzór na wycenę aktywów kapitałowych podaje wielkość oczekiwanej stopy zwrotu portfela w tzw. *stanie równowagi*, co oznacza, iż przy założeniu, że rynek znajduje się w stanie równowagi, portfele powinny w miarę upływu czasu dawać zwrot zgodny z równaniem wyceny. Dość często tak jednak nie jest. Wystąpić wtedy mogą dwa przypadki:

- Jeżeli dany portfel ma oczekiwaną stopę zwrotu **niższą**, niż ta wynikająca z równania wyceny, to jest on dla inwestorów nieatrakcyjny. Będą się oni zatem starali dokonać jego sprzedaży (być może również krótkiej sprzedaży), w związku z czym zwiększy się podaż na ten portfel, co powinno zaowocować spadkiem jego ceny, a więc wzrośnie jego oczekiwana stopa zwrotu. W efekcie stopa zwrotu z tego portfela powinna stać się tą równowagową stopą zwrotu, wyznaczoną z równania wyceny. Taki portfel nazywamy portfelem **przeszacowanym** lub **przewartościowanym** i należy go jak najszybciej sprzedawać.
- Jeżeli dany portfel ma oczekiwaną stopę zwrotu **wyższą**, niż ta wynikająca z równania wyceny, to jest on dla inwestorów atrakcyjny. Będą się oni zatem starali dokonać jego zakupu, w związku z czym zwiększy

¹⁶ J. Mazurek, *Teoria rynku kapitałowego*, www.bankier.pl/wiadomosci/multiarticle.html/1804765,2,poradnik.html

się popyt na ten portfel, co powinno zaowocować wzrostem jego ceny, a więc spadnie jego oczekiwana stopa zwrotu. W efekcie stopa zwrotu z tego portfela powinna stać się tą równowagową stopą zwrotu, wyznaczoną z równania wyceny. Taki portfel nazywamy portfelem **niedoszacowanym** lub **niedowartościowanym** i należy go jak najszybciej kupować.¹⁷

CAPM-CML pozwala wyznaczyć optymalną kombinację zysku wolnego od ryzyka oraz zysku generowanego przez rynek aktywów ryzykownych, przy czym ten ostatni jest aproksymowany przez indeks giełdowy. W jeszcze większym skrócie - wyznacza optymalny zysk na całym rynku kapitałowym, gdy rynek pozostaje efektywny.¹⁸

5. SML - Security Market Line - interpretacja

Na ryzyko całkowite danego papieru wartościowego składa się ryzyko systematyczne oraz ryzyko specyficzne. Ryzyko systematyczne jest to inaczej ryzyko rynkowe, które może być mierzone wariancją lub odchyleniem standardowym indeksu giełdowego. Jego wielkość odzwierciedla współczynnik beta. Im wyższa wartość bezwzględna tego współczynnika, tym ryzyko większe. Ryzyko niesystematyczne jest niezależne od rynku, jest ściśle związane z danym papierem wartościowym. Jego miarą jest wariancja lub odchylenie standardowe składnika występującego losowo. Współczynnik beta danej akcji zależy od jej korelacji z indeksem giełdowym oraz od odchylenia standardowego stopy zwrotu tego indeksu.

$$\beta_i = \frac{\sigma_i \cdot \rho_{iM}}{\sigma_M}$$

gdzie:

σ_i – odchylenie standardowe stopy zwrotu akcji „i”

σ_M – odchylenie standardowe stopy zwrotu indeksu

ρ_{iM} – współczynnik korelacji pomiędzy daną akcją oraz indeksem giełdowym

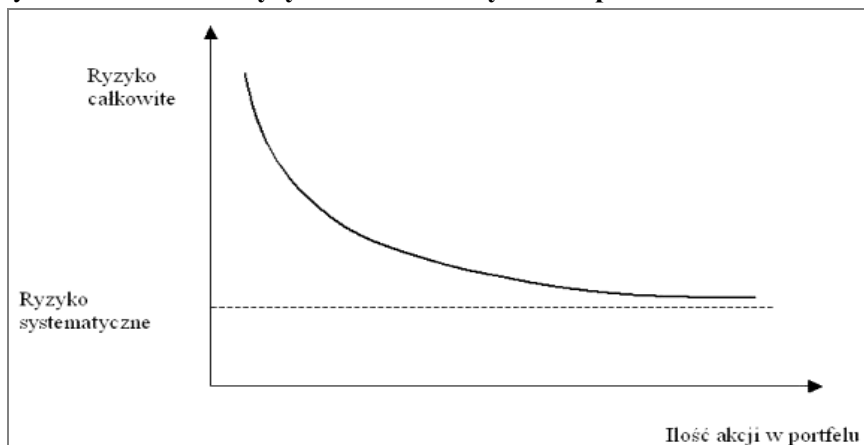
Zatem wzrost odchylenia standardowego oraz współczynnika korelacji z indeksem powoduje wzrost wskaźnika beta, a zatem ryzyka rynkowego związanej z daną akcją.

¹⁷ www.analizaportfelowa.pl/Education/Default.aspx

¹⁸ T. Bołt, *Rynki finansowe*, część II, rok akademicki 2004/2005.

Ryzyko całkowite portfela można zmniejszyć stosując dywersyfikację aktywów portfela. Jednak istnieje granica ryzyka, której nie można przekroczyć. Jest nią ryzyko systematyczne, czyli rynkowe.

Wykres 3. Zależność ryzyka od ilości aktywów w portfelu



Źródło: J. Mazurek, *Teoria rynku kapitałowego*,
www.bankier.pl/wiadomosci/multiarticle.html?article_id=1804765&position=3

Wraz ze wzrostem ilości walorów w portfelu linia obrazująca ryzyko całkowite zbliża się do asymptoty poziomej, która znajduje się na poziomie określającym ryzyko systematyczne. Praktyka pokazuje, że od 15-20 akcji spadki ryzyka są już niewielkie i dalsze zwiększanie ich ilości staje się bezsensowne.

Dla zdywersyfikowanego portfela występuje zależność jego oczekiwanej stopy zwrotu od współczynnika beta. Współczynnik ten wskazuje, o ile procent zmieni się stopa zwrotu z akcji przy zmianie stopy zwrotu z całego rynku R_M o 1%. Jest on zatem miarą wrażliwości danej akcji na koniunkturę giełdową.

W ujęciu matematycznym współczynnik beta jest tangensem kąta linii charakterystycznej papieru wartościowego (security market line, „SML”) wyznaczonej na podstawie punktów oznaczających w układzie współrzędnych $(R_i; R_M)$ historyczne stopy zwrotu. Linie charakterystyczną akcji szacuje się na podstawie danych z przeszłości.

Dla obliczenia współczynnika beta dla linii stosuje się metodę najmniejszych kwadratów. Polega ona na wyznaczeniu takiej prostej, dla której

suma kwadratów odchyłeń poszczególnych punktów na wykresie od tej linii jest najmniejsza. Wykorzystuje się tu znany ze statystyki wzór:

$$\beta_i = \frac{\sum_{t=1}^N (R_{it} - R_i)(R_{Mt} - \bar{R}_M)}{\sum_{t=1}^N (R_{Mt} - \bar{R}_M)}$$

gdzie:

β_i – współczynnik beta dla i-tej spółki

N - liczba okresów, z których pochodzą dane

R_{it} – stopa zwrotu i-tej akcji w okresie t

R_{Mt} - stopa zwrotu indeksu rynku w okresie t

R_i - średnia arytmetyczna stóp zwrotu z i-tej spółki

\bar{R}_M - średnia arytmetyczna stóp zwrotu indeksu rynku

Na wykresie zrównoważonym występuje zależność pomiędzy oczekiwaną stopą zwrotu oraz ryzykiem systematycznym:

$$R = R_F + \beta(R_M - R_F)$$

Na stopę zwrotu portfela składa się oczekiwana stopa zwrotu z aktywów wolnych od ryzyka oraz premia za ryzyko, która zależy od nadwyżki stopy zwrotu portfela rynkowego nad stopą zwrotu aktywów pozbawionych ryzyka oraz współczynnika beta. **Wykreślona na podstawie tego wzoru prosta nosi nazwę linii rynku papierów wartościowych (security market line, „SML”).** Stanowi ona zbiór punktów odpowiadających portfelom będącym w równowadze, tzn. takich, których wycena jest adekwatna do związanego z nimi ryzyka.

Nie dochodzi do sytuacji, kiedy wszystkie osiada na linii SML. Określenie położenia poszczególnych punktów względem linii SML jest jednak wysoce użyteczne w działalności inwestycyjnej, gdyż pozwala na zbadanie, czy dana akcja została prawidłowo wyceniona.¹⁹

Portfele leżące na linii rynku papierów wartościowych są dla inwestorów jednakowo atrakcyjne z punktu widzenia stopy zysku i poziomu ryzyka. Portfele leżące powyżej są niedowartościowane (undervalued), portfele leżące poniżej przewartościowane (overvalued).²⁰

¹⁹ J. Mazurek, *Teoria rynku kapitałowego*, www.bankier.pl/wiadomosci/multiarticle.html/1804765,2,poradnik.html.

²⁰ Jak wyżej.

Różnice pomiędzy oczekiwaną stopą zwrotu R a odpowiadającą punktowi równowagi stopą zwrotu na linii SML określa współczynnik alfa

$$\alpha = R - [R_F + \beta(R_M - R_F)]$$

Współczynnik alfa jest nadwyżką oczekiwanej stopy zwrotu z portfela, nad oczekiwaną stopą zwrotu z rynku znajdującego się w równowadze. Jeśli współczynnik ten jest dodatni, to portfel (lub akcja) jest niedowartościowany, a jego wartość wskazuje, ile wynosi niedowartościowanie. W przypadku portfela przewartościowanego, współczynnik alfa będzie ujemny, a wartość bezwzględna tego współczynnika da nam informację, ile wynosi przewartościowanie.

Jeśli interesuje nas współczynnik alfa całego portfela, wówczas można go obliczyć na podstawie wiedzy o współczynniku alfa akcji spółek wchodzących w skład tego portfela:

$$\alpha_p = \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i$$

gdzie: n jest liczbą spółek w portfelu;

w_i udziałem akcji i-tej spółki w portfelu;

α_i współczynnikiem alfa akcji i -tej spółki.

Podstawową różnicą pomiędzy CML a SML jest fakt, że CML podaje równanie zależności dochodu od ryzyka całkowitego (odchylenia standardowego), zachodzące dla portfeli efektywnych. SML jest natomiast równaniem zależności dochodu od ryzyka systematycznego zachodzącym dla portfeli dobrze wycenionych.²¹

6. Wykorzystania modeli w analizie wybranych spółek giełdowych

W celu przeprowadzenia analizy portfelowej wybrano sześć spółek giełdowych. Są to firmy należące do największych w branży - surowce i paliwa. Podmioty te należą do czołówki największych firm w Polsce. Są to:

1. PKN Orlen S.A.,
2. PGNiG S.A.,
3. GK Grupy Lotos S.A.,
4. KGHM Polska Miedź S.A.,
5. JASTRZĘBSKA SPÓŁKA WĘGLOWA S.A.
6. LUBELSKI WĘGIEL BOGDANKA S. A.

²¹ K. Jajuga, T. Jajuga, *Inwestycje. Instrumenty finansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*, PWE, Warszawa 2006, s. 245-246.

Informacje o historycznych stopach zwrotu mogą być pobrane przy użyciu Program Quotes Update. Jest to narzędzie ułatwiające pracę inwestora. Jego celem jest szybka i łatwa aktualizacja plików lokalnych z historycznymi notowaniami spółek giełdowych z rynku głównego jak i NewConnect, a także notowań kontraktów, obligacji, walut, indeksów zagranicznych oraz funduszy. Program udostępniany jest bezpłatnie wszystkim użytkownikom serwisu bossa.pl. W ustaleniu średnich stóp zwrotu, odchylenia standardowego oraz współczynnika Beta, wskaźnika Treynora i wskaźnika Sharpe'a pomagają kalkulatory finansowe. Jeden z nich znajduje się na stronie <http://www.analizaportfelowa.pl/Stocks/StockAnalysis.aspx>. W poniższej tabeli wykorzystano informacje giełdowe, dotyczące stóp zwrotu z okresu od 21.11.2010 r. do 21.11.2011 r. – podokresem był tydzień.

Tabela 1.

Zestawienie wyników z analizy wybranych spółek

Spółki	Oczekiwana stopa zwrotu	Odchylenie standardowe	Współczynnik Beta	Wskaźnik Treynora	Wskaźnik Sharpe'a
1.	-0,0014%	5,5374%	1,471855	-0,0663%	-0,017616
2.	0,1503%	3,6048%	0,65384	0,0828%	0,015011
3.	-0,0674%	5,8366%	1,214650	-0,1347%	-0,028024
4.	0,5198%	6,2716%	1,265576	0,3348%	0,067551
5.	-1,819%	7,5683%	0,080041	-23,9268%	-0,253044
6.	0,1679%	4,2998%	0,884329	0,0812%	0,016692

Źródło: Opracowanie własne.

Jak wynika z Tabeli 1. najwyższą oczekiwaną stopę zwrotu, ustaloną w oparciu o dane historyczne, mają spółki:

- PGNiG S.A.,
- KGHM Polska Miedź S.A.,
- LUBELSKI WĘGIEL BOGDANKA S. A.

KGHM przy najwyższej stopie zwrotu ma najwyższe ryzyko. Przy użyciu współczynnika zmienności możemy sprawdzić, które z akcji tych spółek mają najmniej ryzyka w stopie zysku. Wyniki są następujące:

- PGNiG S.A. – **23,98**
- **KGHM Polska Miedź S.A. – 12,06**
- LUBELSKI WĘGIEL BOGDANKA S. A. - **26,81**

Najmniejszym ryzykiem w stopie zysku (wybranych 3 spółek) są obarczone akcje KGHM i PGNiG.

Stopnie wrażliwości akcji na zmiany stóp zysku indeksu giełdowego czyli β są bardzo zróżnicowane. Akcje spółki 1,3,4 to *walory agresywne*, które należy posiadać w czasie dobrej koniunktury i nie należy ich posiadać w czasie złej koniunktury. Pozostałe walory mają cechy *walorów defensywnych*, których nie należy posiadać w czasie dobrej koniunktury lecz w czasie złej koniunktury.

Ujemna wartość wskaźnika Treynora oznacza, że dany fundusz (akcja) osiąga stopę zwrotu niższą od stopy pozbawionej ryzyka (o ile współczynnik beta tego funduszu bądź akcji jest dodatni - w przeciwnym wypadku sytuacja jest odwrotna).²² Generalnie przyjmuje się, iż lepsza jest inwestycja w papiery wartościowe z wyższym wskaźnikiem Treynora, a więc dla przykładu będą to akcje spółek:

- PGNiG S.A.,
- KGHM Polska Miedź S.A.,
- LUBELSKI WĘGIEL BOGDANKA S. A.

Wskaźnik Sharpe'a opisuje, jak dobrze osiągnięta stopa zwrotu "wyna-gradza" inwestora za podjęte przez niego ryzyko inwestowania w walory ryzykowne a więc im jest większy tym lepiej. Najwyższe wskaźniki (choć i tak są to wartości bardzo małe) miały te same spółki, które mają najwyższą oczekiwaną stopę zwrotu i wyższy wskaźnik Treynora.

Dla celów analizy skonstruowano **portfel I** zawierający akcje PGNiG S.A. oraz KGHM Polska Miedź S.A.. Korelacja akcji spółek wynosi 0,357371 czyli akcje są skorelowane dodatnio ale w niewielkim zakresie.

Jeśli zainwestowałabym 100.000 zł w zakup akcji tych dwóch spółek wówczas można stworzyć portfel minimalnego ryzyka Tabela 2.

Tabela 2.

Portfel wybranych dwóch spółek z minimalnym ryzykiem

Symbol	Udział	Kwota
KGHM	13,4612%	13461,23
PGNIG	86,5388%	86538,77
razem	100%	100.000 PLN

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych.

Stopa zwrotu dla takiego portfela 0,2459%, natomiast ryzyko portfela 3,9419%.

²² <http://www.analizaportfelowa.pl/Education/TreynorRatio.aspx>.

Tabela 3.

Portfel wybranych dwóch spółek z relatywnie minimalnym ryzykiem

Symbol	Udział	Kwota
KGHM	68,9056%	68905,64
PGNIG	31,0944%	31094,36
razem	100%	100.000 PLN

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych.

Stopa zwrotu dla takiego portfela wynosi 0,5769% a ryzyko a ryzyko 5,4417%. Zazwyczaj wyższej stopie zwrotu towarzyszy wyższe ryzyko.

Tabela 4.

Portfel wybranych dwóch spółek optymalny względem return from risk RFR

Symbol	Udział	Kwota
KGHM	100%	100.000
PGNIG	0	0
razem	100%	100.000 PLN

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych.

Stopa zwrotu dla portfela optymalnego względem zysku, który składa się w 100% z akcji KGHM wynosi 0,7626%. Ryzyko takiego portfela wynosi 7,0586.

Najmniejsze ryzyko wybranego portfela występuje jednak w przypadku dużego udziału akcji PGNiG S.A. (ok. 86%) i mniejszego udziału KGHM (ok.13%).

Drugi portfel składa się z akcji PGNiG S.A., oraz z akcji BOGDANKA S. A. Korelacja **portfela II** wynosi 0,219446. Można wyróżnić następujące kombinacje.

Tabela 5.

Portfel akcji PGNiG S.A., oraz z akcji BOGDANKA S. A. minimalnego ryzyka

Symbol	Udział	Kwota
BOGDANKA	30,9194%	30919,36
PGNIG	69,0806%	69080,64
razem	100%	100.000 PLN

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych.

Historyczna stopa zwrotu w tym przypadku wynosi 0,1895% a historyczne ryzyko 2,9488%.

Tabela 6.

**Portfel akcji PGNiG S.A., oraz z akcji BOGDANKA S. A.
relatywnie minimalnego ryzyka**

Symbol	Udział	Kwota
BOGDANKA	95,5719%	95571,94
PGNIG	4,4281%	4428,06
razem	100%	100.000 PLN

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych.

Historyczna stopa zwrotu 0,5769%, Historyczne ryzyko 4,3822%.

Tabela 6.

**Portfel akcji PGNiG S.A., oraz z akcji BOGDANKA S. A.
optymalny względem zysku**

Symbol	Udział	Kwota
BOGDANKA	100%	100000
PGNIG	0	0
razem	100%	100.000 PLN

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych.

Historyczna stopa zwrotu w tym przypadku wynosi aż 60% (0,6035%) a ryzyko 4, 5489%. Najniższe ryzyko tego portfela występuje w przypadku będzie się on składał w 69% z akcji PGNIG i 31% z akcji spółki Bogdanka. Można spodziewać się wyższych zysków przy zwiększeniu udziałów akcji Bogdanka w portfelu II.

Podsumowanie

Ocena zyskowości portfela oraz jego ryzyka musi uwzględniać informacje rynkowe co do stóp zwrotu, ich odchyień od oczekiwanej stopy zwrotu i musi respektować korelację stóp zwrotu wybranych spółek portfela. Większa dywersyfikacja portfela i jak najmniejsza korelacja dają szansę na niższe ryzyko portfela papierów wartościowych.

Przy wykorzystaniu kalkulatorów finansowych oraz narzędzi opisanych w artykule uzyskać można wiele cennych informacji co do opłacalności inwestycji i doboru portfela papierów wartościowych wybranych spółek o jak

najmniejszym ryzyku i jak największej rentowności. Wykorzystując współczynnik zmienności stwierdzono, iż najmniej ryzyka w stopie zysku mają akcje KGHM i PGNiG.

Na podstawie wskaźnika beta można stwierdzić, iż akcje PKN Orlen S.A., GK Grupy Lotos S.A., KGHM Polska Miedź S.A. są *walorami agresywnymi*, które należy posiadać w czasie dobrej koniunktury. Pozostałe walory mają cechy *walorów defensywnych*, które należy posiadać w czasie złej koniunktury.

Najwyższe wskaźniki Treynora i Sharpe'a mają akcje PGNiG S.A., KGHM Polska Miedź S.A., LUBELSKI WĘGIEL BOGDANKA S.A. Oznacza to, że walory te są atrakcyjniejsze od walorów pozbawionych ryzyka.

Portfele minimalnego ryzyka składają się z następujących akcji:

- PGNiG S.A. (ok. 86%) i KGHM (ok.13%),
- PGNIG (69%) i Bogdanka (31%).

Praktyka inwestycyjna wskazuje jednak na ciągle niewielkie wykorzystywanie zaprezentowanych narzędzi analizy portfelowej przez graczy giełdowych. Obok analizy fundamentalnej, bazującej w szczególności na informacjach, jak i analizy technicznej wykresów, analiza portfelowa nie jest wykorzystywana w pełni, a możliwości, jakie ona daje, nadal nie są znane wielu inwestorom giełdowym.

Należy podkreślić jeszcze znaczenie Modelu CAPM, który może być wykorzystywany do oceny kosztu kapitału i do podejmowania trafnych decyzji finansowych. Przyjmując, że oczekiwana stopa zwrotu dla inwestora (dawcy kapitału) jest kosztem kapitału (biorcy kapitału), można ustalić średni ważony koszt całej inwestycji, który okazuje się niezbędny przy ocenie opłacalności przedsięwzięcia (również inwestycji w papiery wartościowe). Mając spodziewane przepływy pieniężne z inwestycji i dyskontując je średnim ważonym kosztem kapitału otrzymujemy informację co do osiągnięcia korzyści finansowych.

Bibliografia:

- Bednarski R., *Podstawowe narzędzia analizy portfela inwestycyjnego*, www.inwestycje.pl/gpw/aktualnosc_gpw/podstawowe_narzedzia_analizy_portfela_inwestycyjnego;17882;0.html
- Bołt T., *Rynki finansowe*, część II, rok akademicki 2004/2005.
- Dębski W., *Rynek finansowy i jego mechanizmy*, Wyd. PWN, Warszawa 2007.
- Jajuga K. Jajuga T., *Inwestycje, Instrumenty finansowe, Ryzyko finansowe, Inżynieria finansowa*, wyd. PWN. Warszawa 2004.
- Markowitz H. M., *Portfolio Selection*, "Journal of Finance" 1952, 7 (1), p. 77-91.

- Markowitz H. M., *The optimization of a quadratic function subject to linear constraints*, Naval Research Logistics Quarterly 1956, 3, p. 111-133.
- Markowitz H. M., *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, John Wiley & Sons, New Jersey 1959.
- Mazurek J., *Teoria rynku kapitałowego*,
www.bankier.pl/wiadomosci/multiarticle.html/1804765,2,poradnik.html
- Miszczyński P., *Analiza Portfelowa Model Markowitza*, Uniwersytet Łódzki.
- Relly K. F., Brown C. K., *Analiza inwestycji i zarządzanie portfelem* II, PTE, Warszawa 2001, s. 155-157.
- www.inwestycje.pl › Giełda › GPW › Wiadomości giełdowe
www.analizaportfelowa.pl/Education/Default.aspx
www.mfiles.pl/pl/index.php/Model_CAPM
www.materialywnwne.110mb.com/documents/finanse/wyklad_06.pdf

Streszczenie

Rzeczywistość gospodarcza niesie za sobą konieczność kierowania się przez przedsiębiorców i inwestorów kryterium minimalizacji ryzyka przy jak największym zysku. Ocena zyskowności portfela oraz jego ryzyka musi uwzględniać informacje rynkowe co do stóp zwrotu, ich odchyień od oczekiwanej stopy zwrotu i musi respektować korelację stóp zwrotu wybranych spółek portfela. Większa dywersyfikacja portfela i jak najmniejsza korelacja dają szansę na niższe ryzyko portfela papierów wartościowych.

W artykule zaprezentowano wybrane modele, które okazują się przydatne przy analizie atrakcyjności papierów wartościowych spółek. Niektóre modele mają zastosowanie w ocenie kosztu kapitału i są wykorzystywane w dyskontowych metodach oceny inwestycji lub też przy wycenie całych przedsiębiorstw.

SUITABILITY OF SELECTED METHODS ASSESSMENT OF SECURITIES

Summary

Economic reality brings with it the need to be guided by entrepreneurs and investors, the criterion of minimizing the risk with the greatest profit. Rate profitability of the portfolio and its risk assessment must take account of market information about the rates of return, their deviations from the expected rate of return and must respect the correlation of returns of the portfolio of selected companies. Greater diversification of the portfolio and a minimum correlation give a chance to a lower risk of the portfolio securities.

This paper presents some models that prove to be useful in the analysis of the attractiveness of securities companies. Some models are used to evaluate the cost of capital and discount rates are used in the methods of investment appraisal or the valuation of the whole enterprise.

