

*RAFAŁ CZYŻYCKI, RAFAŁ KLÓSKA*

Uniwersytet Szczeciński

**STAN OBECNY I PERSPEKTYWY ROZWOJU LICZBY ABONENTÓW TELEFONII  
KOMÓRKOWEJ W POLSCE W UJĘCIU STATYSTYCZNYM**

**Wprowadzenie**

Przedmiotem rozważań w niniejszym artykule jest statystyczna analiza dynamiki liczby abonentów telefonii komórkowej w Polsce, budowa odpowiedniego modelu prognostycznego i próba jego wykorzystania do krótkookresowego prognozowania.

**1. Wstępna analiza dynamiki przy użyciu metod indeksowych**

Wykorzystując, powszechnie stosowane w statystyce<sup>1</sup>, metody indeksowe w tabeli 1 zaprezentowane zostały dane o liczbie abonentów telefonii komórkowej w Polsce (w mln) w latach 1998-2008 (a dokładniej o liczbie aktywnych kart SIM) oraz wyniki obliczeń przyrostów absolutnych oraz indeksów indywidualnych.

---

Por.: Klóska R., Czyżycki R.: Wybrane zagadnienia ze statystyki. *ECONOMICUS*, Szczecin 2008, s. 56-67.

Tabela 1

## Liczba abonentów telefonii komórkowej - wybrane metody indeksowe

Lata	$Y_t$	$\Delta y_{t/t-1}$	$\Delta y_{t/o}$	$i_{t/t-1}$	$i_{t/o}$
1998	1,9	-	0	-	1
1999	4,0	2,1	2,1	2,1053	2,1053
2000	6,7	2,7	4,8	1,6750	3,5263
2001	9,6	2,9	7,7	1,4328	5,0526
2002	13,9	4,3	12,0	1,4479	7,3158
2003	17,4	3,5	15,5	1,2518	9,1579
2004	23,1	5,7	21,2	1,3276	12,1579
2005	29,2	6,1	27,3	1,2641	15,3684
2006	36,8	7,6	34,9	1,2603	19,3684
2007	41,5	4,7	39,6	1,1277	21,8421
2008	44,0	2,5	42,1	1,0602	23,1579

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z: [www.stat.gov.pl](http://www.stat.gov.pl); [www.money.pl](http://www.money.pl); [www.news.pasjagsm.pl](http://www.news.pasjagsm.pl) oraz [www.it.wnp.pl](http://www.it.wnp.pl).

Interpretując zaprezentowane w tabeli 1 wyniki analiz należy stwierdzić, że w okresie objętym badaniem liczba abonentów telefonii komórkowej w Polsce z roku na rok wyraźnie rosła, przy czym:

1. **w porównaniu do roku poprzedniego** największy absolutny wzrost liczby abonentów telefonii komórkowej wystąpił w roku 2006 (o 7,6 mln) a największy procentowy wzrost odnotowano w roku 1999 (o 110,53%); należy jednak zauważyć, że wzrost liczby aktywnych kart SIM o 2,1 mln w roku 1999 w stosunku do roku poprzedniego stanowił wówczas przyrost o 110,53% a zaobserwowany wzrost w roku 2008 o 2,5 mln w porównaniu do roku poprzedniego stanowił procentowy przyrost jedynie na poziomie 6,02%;
2. **w odniesieniu do roku 1998** (początkowego okresu badania przyjętego za podstawę porównań miar jednopodstawowych) liczba abonentów telefonii komórkowej w roku 2008 była większa o 42,1 mln, czyli o 2215,79%.

Zaobserwowana rosnąca tendencja rozwojowa liczby abonentów telefonii komórkowej w Polsce w całym przedziale czasowym objętym badaniem teore-

tycznie pozwala wykorzystać -jako miarę syntetyczną - średnie tempo zmian. Interpretując uzyskany wynik w sposób następujący w latach 1998-2008 liczba abonentów telefonii komórkowej w Polsce rosła z roku na rok średnio o 33,06% należy jednak pamiętać, że w początkowym okresie badania obserwowano znacznie wyższe przyrosty względne niż ostatnio i w związku z tym nie należy oczekiwać, że na koniec roku 2009 liczba aktywnych kart SIM będzie o prawie 1/3 większa niż w roku 2008, co dawałoby liczbę abonentów telefonii komórkowej ponad 58,5 mln.

Celem ustalenia krótkookresowej prognozy wskazana jest zatem budowa i ekstrapolacja takiego modelu, który w sposób zadowalający opisywałby obserwowaną dotychczas tendencję rozwojową analizowanego w czasie zjawiska.

## **2. Budowa modelu prognostycznego**

Klasyczne modele trendu należą do szczególnej klasy modeli ekonometrycznych, w których w roli zmiennej objaśniającej występuje czas<sup>2</sup>. Wstępna analiza dynamiki jak również ocena wzrokowa rozrzutu punktów empirycznych skłoniły autorów do zaproponowania -jako funkcji matematycznej obrazującej zmiany obserwowanego w czasie zjawiska - logarytmicznego modelu szeregu czasowego z lat 2004-2008<sup>3</sup> o postaci:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \ln t + u_t$$

**gdzie:**

$Y_t$ - zmienna obrazująca poziom badanego zjawiska w czasie,

$\alpha_0, \alpha_1$ - parametry strukturalne,

$t$ - zmienna czasowa postaci  $t=1,2,3,\dots,n$

$u_t$  - składnik losowy.

---

Znaczenie czynnika czasu w badaniach ekonomicznych podkreślają J. Hozer i J. Zawadzki m.in. w pracach: J. Hozer: *Czynnik czasu w ekonomii*. Wiadomości Statystyczne nr 8 1989, GUS, Warszawa 1989, s. 7-10, J. Hozer i J. Zawadzki: *Zmienna czasowa i jej rola w badaniach ekonometrycznych*. PWN, Warszawa 1990.

Ze względu na zaobserwowane wyraźnie gasnące tempo wzrostu w ostatnich latach przyjęto ostatnich pięć lat jako postulowaną minimalną liczbę obserwacji do budowy klasycznego modelu prognostycznego.

Jego postać zlinearyzowaną estymowano metodą najmniejszych kwadratów a oceny jakości oszacowanego modelu dokonano stosując odpowiednie miary i testy statystyczne<sup>4</sup>, przy czym wyniki ekonometrycznego modelowania liczby abonentów telefonii komórkowej w Polsce w latach 2004-2008 przedstawiono na rysunku 2.

N=5	Podsumowanie regresji zmiennej zależnej: Y R= ,98907610 R <sup>2</sup> = ,97827153 Skoryg. R <sup>2</sup> = ,97102871 F(1,3)=135,07 p<,00137 Błąd std. estymacji: 1,4782					
	BETA	Bł. std.	B	Bł. std.	t(3)	poziom p
W. wolny			21,97777	1,295057	16,97051	0,000446
lnT	0,989076	0,085105	13,51671	1,163042	11,62186	0,001368

Rys. 2. Wyniki modelowania liczby abonentów telefonii komórkowej przy użyciu programu Statistica 8.0.

Źródło: obliczenia i opracowanie własne.

Na podstawie otrzymanych rezultatów możemy stwierdzić, że zbudowany model pozytywnie przeszedł weryfikację, bowiem:

1. jedynie w 2,17% zmiany badanej liczby abonentów telefonii komórkowej w Polsce w latach 2004-2008 nie są wyjaśniane przez oszacowany model i tym samym dopasowanie modelu do danych rzeczywistych wynosi aż 97,83%;
2. weryfikując współczynnik korelacji wielorakiej:  $R = 0,9891$  postawiono następujące hipotezy:

$$H_0 : R = 0$$

$$H_1 : R \neq 0$$

przy czym ze względu na fakt, iż na z góry przyjętym poziomie istotności  $\alpha = 0,05$   $F = 135,07 \in OK = < 10,13; +\infty$ )

należy odrzucić hipotezę zerową na korzyść alternatywnej, co oznacza, że współczynnik korelacji wielorakiej jest statystycznie istotny a tym samym stopień dopasowania modelu do danych empirycznych jest dostatecznie duży;

1. wartości rzeczywiste liczby abonentów telefonii komórkowej w Polsce w badanym okresie i wartości teoretyczne otrzymane na podstawie oszacowanego modelu różnią się między sobą średnio o 1,4782 mln;
2. udział odchylenia standardowego reszt w średniej wartości badanej liczby abonentów jest niewielki i wynosi 4,23%;
3. celem oceny istotności parametrów strukturalnych przy użyciu testu t-Studenta postawiono następujące hipotezy:

$$H_0 : a_i = 0$$

$$H_1 : a_i \neq 0$$

przy czym, w obu przypadkach spełniony jest warunek przesądający w praktyce o istotności parametru  $t_{ai} > 2$  co pozwala hipotezę zerową odrzucić na korzyść hipotezy alternatywnej a zatem wszystkie parametry strukturalne oszacowanego modelu są statystycznie istotne;

1. stosując test Durбина-Watsona nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o braku autokorelacji składnika losowego, bowiem współczynnik autokorelacji rzędu pierwszego okazał się statystycznie nieistotny;
2. wykorzystując test serii brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, która mówi, że reszty są losowe.

### 3. Ekstrapolacja klasycznych modeli trendu a założenia teorii predykcji

Znajomość modelu tendencji rozwojowej zmiennej prognozowanej spełnia jednak dopiero pierwsze, z pięciu wymienianych przez Z. Pawłowskiego, podstawowych założeń teorii predykcji<sup>5</sup>. Równie ważnym zagadnieniem jest stabilność zarówno prawidłowości ekonomicznej w czasie jak i rozkładu składnika losowego modelu. Okazuje się jednak, że: „pomimo ogólnej tendencji do zmian, szereg prawidłowości ekonomicznych wykazuje zadziwiająco stabilność lub skłonność tylko do powolnych regularnych przesunięć<sup>6</sup>”. J. B. Gajda posiłkuje się tu dodatkowo *zasadą braku wystarczającego powodu Laplace'a*, w myśl której: „jeśli z analizy modelu nie wynikają wystarczająco uzasadnione obawy o to, że model, jego parametry lub zakłócenia są niestabilne - przyjmu-

---

Por. Z. Pawłowski: *Prognozy ekonometryczne*. PWN, Warszawa 1973, s. 39-41.

Z. Pawłowski: *ibidem*, s. 33.

jemy, iż są one stabilne<sup>7</sup>". Kolejny z koniecznych warunków prawidłowej predykcji zakłada znajomość wartości zmiennych objaśniających w okresie prognozowanym. W przypadku wnioskowania na podstawie proponowanego logarytmicznego modelu tendencji rozwojowej spełnienie tego wymogu jest o tyle proste, że jedyną zmienną objaśniającą jest tu zmienna czasowa  $t$  i wystarczy za nią podstawić odpowiednią wartość obrazującą numer okresu prognozowanego<sup>8</sup>. Ostatnie z założeń teorii predykcji stanowi rodzaj zabezpieczenia przed bezkrytycznym uogólnianiem dotychczasowych wyników, dotyczy bowiem dopuszczalności ekstrapolacji modelu poza zaobserwowany w próbie obszar zmienności zmiennych objaśniających. Z. Pawłowski zdając sobie sprawę z niemożności empirycznej weryfikacji tego warunku stwierdza, że ekstrapolacja nie jest szkodliwa dopóty, dopóki wynikający z niej błąd pozwalał będzie na przydatność prognoz do celów praktycznych<sup>9</sup>. A. Welfe słusznie zauważa, że każda prognoza jest obciążona błędami, których nie można w pełni wyeliminować<sup>10</sup>. Potrzeba określenia wielkości błędu prognozy podyktowana jest dodatkowo spełnieniem fundamentalnych postulatów teorii predykcji. Treść pierwszego z nich obliguje do tego, aby w wyniku procesu predykcji podać nie tylko prognozę, ale również odpowiedni miernik rzędu jej dokładności. Osiągnięcie możliwie korzystnej wartości tego miernika zapewnić ma wysoką efektywność prognozowania. Dążenie do takiej sytuacji wynika z drugiego postulatu teorii predykcji.

Dokonując ekstrapolacji, czyli wydłużenia w przyszłość zaobserwowanego w latach 2004-2008 logarytmicznego trendu, należałoby oczekiwać, że na koniec roku 2009 liczba abonentów telefonii komórkowej w Polsce wyniesie 46,2 mln, przy czym podając tę prognozę możemy się mylić o 1,89 mln aktywnych kart SIM, czyli o 4,09%.

---

<sup>7</sup> J.B. Gajda: *Prognozowanie i symulacja a decyzje gospodarcze*. C.H. Beck, Warszawa 2001, s. 141.

<sup>8</sup> Szerzej na ten temat np. w: Klóska R., Hundert M., Czyżycki R.: *Wybrane zagadnienia z prognozowania*. ECONOMICUS, Szczecin 2007, s. 43-73.

<sup>9</sup> Z. Pawłowski: *Prognozy...* op. cit., s. 43.

<sup>10</sup> Por. A. Welfe: *Ekonometria*. PWE, Warszawa 1995, s. 188-189.

## Podsumowanie

Ze względu na niewielką wielkość błędu predykcji *ex ante* uzyskana prognoza wydaje się dosyć dokładna, ale należy mieć świadomość, że stosując klasyczne modele trendu już w momencie budowy prognozy zakładamy, że zaobserwowana dotychczas tendencja rozwojowa nie ulegnie zmianie. Te i inne, wcześniej omówione, założenia teorii predykcji wydają się dziś możliwe do spełnienia, ale warto pamiętać, że prognoza jest tylko szacunkiem prawdopodobnej realizacji zmiennej prognozowanej na podstawie posiadanej wiedzy o jej dotychczasowym przebiegu sformułowanym w racjonalny sposób oparty na naukowych podstawach. Prawidłowo zbudowana prognoza może być zatem użyteczna przy podejmowaniu określonych decyzji mających wpływ na dalszy kierunek rozwoju polskiego rynku telekomunikacyjnego, ale nie wolno do niej podchodzić bezkrytycznie a tym bardziej utożsamiać z daną decyzją.

## Literatura

1. Czyżycki R., Hundert M., Klóska R.: Wybrane zagadnienia z ekonometrii. ECONOMICUS, Szczecin 2005.
2. Gajda J.B.: Prognozowanie i symulacja a decyzje gospodarcze. C.H. Beck, Warszawa 2001.
3. Hozer J.: Czynniki czasu w ekonomii. Wiadomości Statystyczne nr 8 1989, GUS, Warszawa 1989.
4. Hozer J., Zawadzki J.: Zmienna czasowa i jej rola w badaniach ekonometrycznych. PWN, Warszawa 1990.
5. Klóska R., Czyżycki R.: Wybrane zagadnienia ze statystyki. ECONOMICUS, Szczecin 2008.
6. Pawłowski Z.: Prognozy ekonometryczne. PWN, Warszawa 1973.
7. Welfe A.: Ekonometria. PWE, Warszawa 1995.

**THE CURRENT SITUATION AND PROSPECTS OF THE INCREASE  
IN THE NUMBER OF CELLULAR TELEPHONE SUBSCRIBERS IN POLAND  
FROM THE STATISTIC VIEW**

**Summary**

Quantitative methods are applicable in the analysis processes, diagnosis and the economic prognosis. Owing to them description and estimation of the economic variables' development in time or space and even predictions about the direction and character of the variables' changes can become more precise. The subject matters in the following article are the statistic analysis of the cellular telephone subscribers in Poland, creation of the proper prognosis model and the trial of its usage in a short-term prognosis.

*Translated by Rafal Czyżycki, Rafal Klóska*